

LÊ MẬU THỐNG - LÊ MẬU THIÊN

# BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

# TOÁN 9

TẬP 2



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LÊ MẬU THỐNG – LÊ MẬU THIÊN

# **BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

# **TOÁN 9**

**Tập 2**

**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**

## Lời nói đầu

Quyển sách BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TOÁN 9 (Tập 2) được biên soạn theo chương trình Toán 9 hiện hành.

Những bài tập thuộc loại trắc nghiệm có nhiều lựa chọn đa dạng, được sắp xếp từ dễ đến khó nhằm giúp học sinh tự học, tự rèn luyện kiến thức toán từ cơ bản đến nâng cao.

Nội dung quyển sách gồm có :

- Phần đại số:
  - Chương III: Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn
  - Chương IV: Hàm số  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) – Phương trình bậc hai một ẩn
- Phần hình học :
  - Chương III: Góc với đường tròn
  - Chương IV: Hình trụ – Hình nón – Hình cầu

Mỗi vấn đề trong chương đều có phần tóm tắt kiến thức cơ bản, bài tập trắc nghiệm

Cuối mỗi chương đều có phần ôn tập chương và hướng dẫn cách giải một số bài tập của chương.

Phần ôn tập cuối năm học là bộ đề tổng hợp giúp học sinh tự làm, tự kiểm tra đánh giá kết quả học tập của mình.

Tác giả hy vọng quyển sách này còn giúp phụ huynh học sinh có tài liệu để hướng dẫn, kiểm tra việc học toán của con em mình.

Dù chúng tôi cố gắng nhiều trong quá trình biên soạn nhưng chắc không tránh khỏi một số thiếu sót. Rất mong nhận được ý kiến đóng góp từ bạn đọc để giúp chúng tôi có điều kiện hoàn chỉnh quyển sách nhằm phục vụ bạn đọc tốt hơn.

**Các tác giả**

# PHẦN ĐẠI SỐ

## CHƯƠNG III. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### Vấn đề 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

#### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

##### 1 Định nghĩa

Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$  là hệ thức có dạng  $ax + by = c$  (\*) trong đó  $a, b, c$  là các số đã biết ( $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$ )

“Phương trình (\*) có nghiệm là  $(x_0; y_0) \Leftrightarrow ax_0 + by_0 - c = 0$ ”

##### 2 Tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn

- Phương trình  $ax + by = c$  có vô số nghiệm, tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi đường thẳng  $ax + by = c$ .

| $a$ và $b$               | Đường thẳng $(d)$ biểu diễn tập nghiệm của phương trình       |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------|
| $a \neq 0$ và $b \neq 0$ | $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$                             |
| $a = 0$ và $b \neq 0$    | $y = \frac{c}{b}$ , $(d)$ song song hoặc trùng với trục hoành |
| $a \neq 0$ và $b = 0$    | $x = \frac{c}{a}$ , $(d)$ song song hoặc trùng với trục tung  |

#### B. BÀI TẬP

1. Cho phương trình  $4x - 3y = 16$

Cặp số  $(x; y)$  nào sau đây là nghiệm của phương trình trên?

- A. (1; 3)                      B. (1; -4)                      C. (2; 3)                      D. (-2; 5)

2. Công thức nghiệm tổng quát của phương trình  $3x + y = 6$  là :

A.  $\begin{cases} x \in 6 \\ y = -3x + 6 \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} y \in 6 \\ x = -\frac{1}{3}y + 2 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 3x - 6 \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = \frac{1}{3}y - 2 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -3x + 6 \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = -\frac{1}{3}y + 2 \end{cases}$

D. Một kết quả khác

3. Công thức nghiệm tổng quát của phương trình  $4x + 2y = 0$  là :

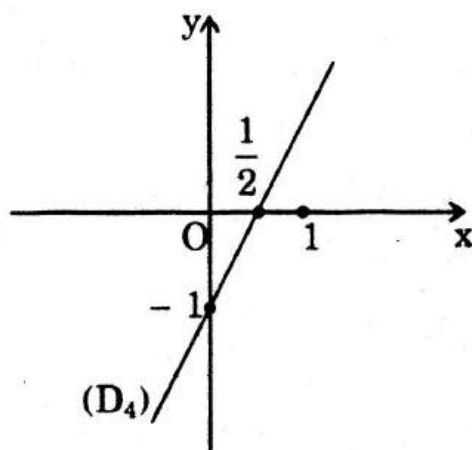
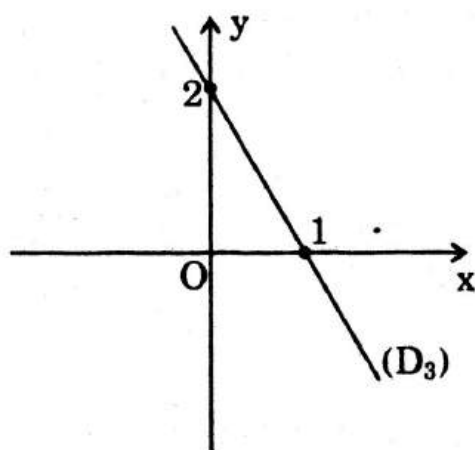
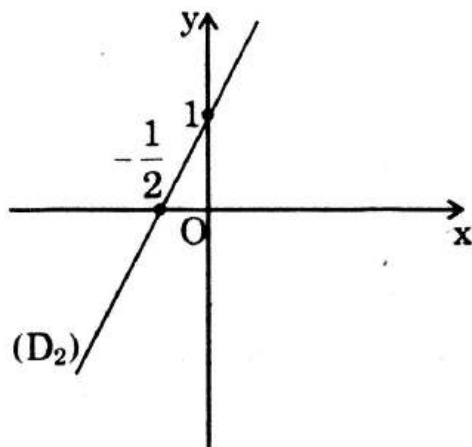
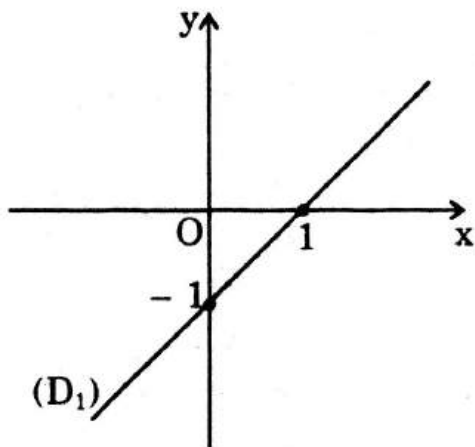
A.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -2x \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = -\frac{1}{2}y \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x \in 0 \\ y = 2x \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} y \in 0 \\ x = \frac{1}{2}y \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = 2y \end{cases}$

D. B) đúng; A) và C) sai

4. Tập nghiệm  $(x; y)$  của phương trình  $2x - y = 1$  được biểu diễn bởi đường thẳng nào dưới đây ?



A. (D<sub>1</sub>)

B. (D<sub>2</sub>)

C. (D<sub>3</sub>)

D. (D<sub>4</sub>)



## Vấn đề 2. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### I Khái niệm về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Cho hai phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by = c$  và  $a'x + b'y = c'$ .

Khi đó, ta có hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

$$(I) \begin{cases} ax + by = c & (1) \\ a'x + b'y = c' & (2) \end{cases}$$

- Nếu hai phương trình (1) và (2) có nghiệm chung  $(x_0; y_0)$  thì  $(x_0; y_0)$  được gọi là nghiệm của hệ (I).
- Nếu hai phương trình (1) và (2) không có nghiệm chung thì ta nói hệ (I) vô nghiệm.

Giải hệ phương trình là tìm tất cả các nghiệm của nó.

#### II Minh họa hình học tập nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Gọi  $(D_1)$  và  $(D_2)$  là hai đường thẳng xác định bởi hai phương trình trong hệ

$$(I) \begin{cases} ax + by = c & (D_1) \\ a'x + b'y = c' & (D_2) \end{cases}$$

- $(D_1)$  cắt  $(D_2) \Leftrightarrow$  Hệ (I) có một nghiệm duy nhất
- $(D_1) // (D_2) \Leftrightarrow$  Hệ (I) vô nghiệm
- $(D_1) \equiv (D_2) \Leftrightarrow$  Hệ (I) có vô số nghiệm

#### III Hệ phương trình tương đương

- **Định nghĩa:** Hai hệ phương trình được gọi là tương đương với nhau nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Dùng ký hiệu " $\Leftrightarrow$ " để chỉ sự tương đương của hai hệ phương trình.

### B. BÀI TẬP

1. Số nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases}$  là :

- A. Hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất
- B. Hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm
- C. Hệ phương trình đã cho vô nghiệm

2. Số nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - y = -2 \\ 6x - 2y = 2 \end{cases}$  là:

- A. Hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất
- B. Hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm
- C. Hệ phương trình đã cho vô nghiệm

3. Số nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 4x - 4y - 2 = 0 \\ -2x + 2y = -1 \end{cases}$  là:

- A. Hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất
- B. Hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm
- C. Hệ phương trình đã cho vô nghiệm

4. Hệ phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

- A.  $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x - y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$

5. Trong mặt phẳng tọa độ, cho bốn điểm  $M\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ ,  $N(-2; -3)$ ,

$P\left(2; \frac{1}{2}\right)$ ,  $Q(-4; 1)$ . Điểm nào trong bốn điểm trên biểu diễn nghiệm

của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 4y = 8 \end{cases}$

- A. Điểm M      B. Điểm N      C. Điểm P      D. Điểm Q

6. Tính a và b để  $(-2; 3)$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} ax + y = 5 \\ 3x + by = 0 \end{cases}$

- A.  $(a; b) = (-3; 3)$       B.  $(a; b) = (-2; 1)$   
C.  $(a; b) = (2; -4)$       D.  $(a; b) = (-1; 2)$

7. Cho hai đường thẳng  $(D_1): -\frac{1}{3}x + y = 2$  và  $(D_2): -x + 2y = 1$

Tọa độ giao điểm của  $(D_1)$  và  $(D_2)$  là:

- A.  $(-5; 4)$       B.  $(9; 5)$       C.  $(5; 9)$       D.  $(-4; 9)$

8. Cho ba đường thẳng  $(D_1): 3x + y = 0$

$$(D_2): x - y = -4$$

$$(D_3): 0,5x + y = 5,5$$

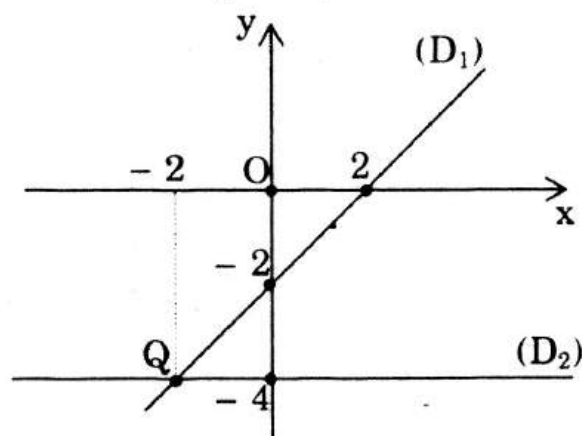
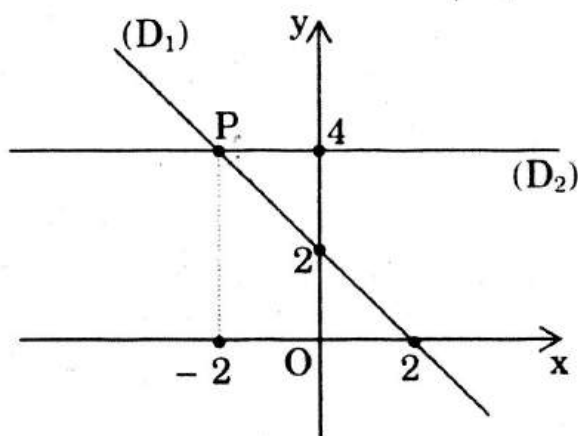
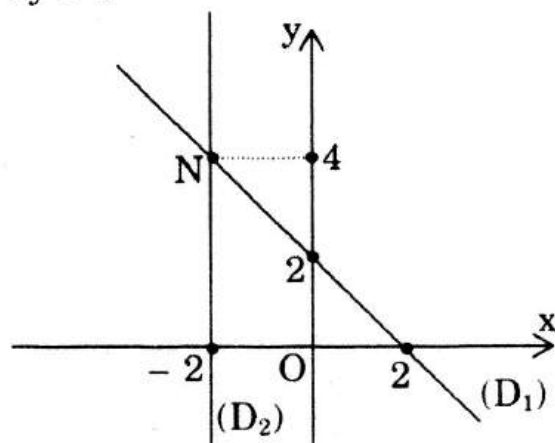
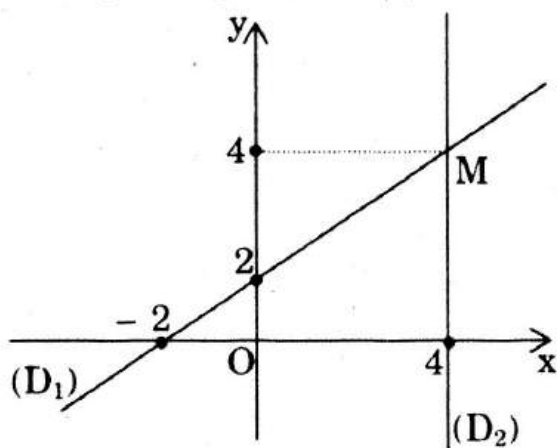
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $(D_1)$  và  $(D_2)$  cắt nhau tại điểm  $(-1; 3)$   
B.  $(D_1)$  và  $(D_3)$  cắt nhau tại điểm  $(1; -2)$

C.  $(D_2)$  và  $(D_3)$  cắt nhau tại điểm  $\left(3; -\frac{1}{2}\right)$

D. A), B), C) đều đúng

9. Điểm nào trong các hình vẽ dưới đây là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $(D_1) : x + y = 2$  và  $(D_2) : y = 4$



A. Điểm M

B. Điểm N

C. Điểm P

D. Điểm Q

10. Xét các phát biểu sau:

- Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có một nghiệm duy nhất được biểu diễn bởi hai đường thẳng cắt nhau (1)
- Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có vô số nghiệm là hai hệ phương trình tương đương (2)
- Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn đều vô nghiệm là hai hệ phương trình tương đương (3)

Phát biểu nào đúng?

A. (1) và (2)

B. (1) và (3)

C. (2) và (3)

D. (1), (2) và (3)

**ĐÁP ÁN**

| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Câu | A | C | B | B | C | D | B | A | C | B  |

## Vấn đề 3. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN BẰNG PHƯƠNG PHÁP THẾ

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### 1 Quy tắc thế

Quy tắc thế dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương.

Quy tắc thế cho phép ta thực hiện hai bước sau :

- **Bước 1** Từ một phương trình của hệ đã cho, ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới chỉ còn một ẩn.
- **Bước 2** Dùng phương trình mới ấy để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ (và giữ nguyên phương trình thứ nhất).

#### 2 Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

- \* Dùng quy tắc thế biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn.
- \* Giải phương trình một ẩn vừa có, rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.
- : : :
- $ay : : :$   
 $ay-$

### B. BÀI TẬP

- \* Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

$$(I) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$(II) \begin{cases} -2x + y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$(III) \begin{cases} 5x - 4y = 4 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases}$$

$$(IV) \begin{cases} x + 3y = -4 \\ -3x + 2y = 12 \end{cases}$$

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các bài 1, 2, 3, 4.

1. Nghiệm của hệ phương trình (I) là:

A.  $(x; y) = (1; 1)$

B.  $(x; y) = (0; -2)$

C.  $(x; y) = (-1; 0)$

D.  $(x; y) = (1; 2)$

2. Nghiệm của hệ phương trình (II) là:

A.  $(x; y) = (3; -1)$

B.  $(x; y) = (-2; 3)$

C.  $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; 0\right)$

D.  $(x; y) = (1; 3)$

3. Nghiệm của hệ phương trình (III) là:

A.  $(x; y) = (-1; 1)$

B.  $(x; y) = (-3; 3)$

C.  $(x; y) = (0; -1)$

D.  $(x; y) = (1; 0)$

4. Nghiệm của hệ phương trình (IV) là:

A.  $(x; y) = (-4; 0)$

B.  $(x; y) = (-4; 4)$

C.  $(x; y) = (3; 0)$

D. Vô nghiệm

5. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x + 6y = 3 \end{cases}$  bằng phương pháp thế.

Nghiệm của hệ phương trình là:

A.  $(x; y) = \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$

B.  $(x; y) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{2}\right)$

C.  $(x; y) = (0; -3)$

D. Vô nghiệm

6. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} \sqrt{5}x - y = \sqrt{5}(\sqrt{3} - 1) & (1) \\ 2\sqrt{3}x + 3\sqrt{5}y = 21 & (2) \end{cases}$

Bạn Tâm đã giải hệ phương trình này bằng phương pháp thế như sau:

Bước 1:  $(1) \Rightarrow y = \sqrt{5}x - \sqrt{15} + \sqrt{5}$  (3)

Bước 2: Thay (3) vào (2) ta có:  $(15 + 2\sqrt{3})x = 3(2 + 5\sqrt{3})$  (4)

Bước 3: Giải phương trình (4) ta được:  $x = -\sqrt{3}$ , lúc đó  $y = -\sqrt{5}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là:  $(x; y) = (-\sqrt{3}; -\sqrt{5})$

Theo em bạn Tâm giải đúng hay sai. Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng

B. Sai từ bước 1

C. Sai từ bước 2

D. Sai từ bước 3

7. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 \end{cases}$  bằng phương pháp thế, được

nghiệm là:

A.  $(x; y) = \left(\frac{\sqrt{6}}{6}; 1\right)$

B.  $(x; y) = (\sqrt{3}; -\sqrt{6})$

C.  $(x; y) = \left(\frac{\sqrt{6}}{6}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

D. Có vô số nghiệm

3. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2,4x + 0,2y = 6,4 \\ 0,4x - 2y = -2 \end{cases}$  bằng phương pháp thế.

Nghiệm của hệ phương trình là:

- A.  $(x; y) = (2,54; 1,51)$  B.  $(x; y) = (1,85; -1,2)$   
C.  $(x; y) = (-2,15; 1,54)$  D. Vô nghiệm

9. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{4} \\ x + y - 10 = 0 \end{cases}$

Nghiệm của hệ phương trình là:

- A.  $(x; y) = (0; 8)$  B.  $(x; y) = (2; 8)$   
C.  $(x; y) = (-2; 4)$  D.  $(x; y) = (4; 8)$

10. Xác định các hệ số a và b, biết rằng hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + by = 2 \\ bx + ay = -4 \end{cases}$

có nghiệm là  $(x; y) = (2; -2)$

- A.  $(a; b) = (1; 2)$  B.  $(a; b) = (-1; 3)$   
C.  $(a; b) = (3; 1)$  D. A), B), C) đều sai

#### **ĐÁP ÁN**

| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Câu | D | B | C | A | D | D | C | A | B | C  |

## **Vấn đề 4. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ**

### **A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

#### **1 Qui tắc cộng đại số**

Qui tắc cộng đại số dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương.

Qui tắc cộng đại số cho phép ta thực hiện hai bước sau :

- **Bước 1:** Cộng hay trừ từng vế hai phương trình của hệ đã cho để được một phương trình mới.
- **Bước 2:** Dùng phương trình mới ấy thay thế cho một trong hai phương trình của hệ (và giữ nguyên phương trình kia).

## 2 Tóm tắt cách giải bằng phương pháp cộng đại số

- \* Nhân các vế của hai phương trình với số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ bằng nhau hoặc đối nhau.
- \* Sử dụng qui tắc cộng đại số để được một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình mà hệ số của một trong hai ẩn bằng 0 (nghĩa là ta sẽ được phương trình một ẩn).

Giải phương trình một ẩn vừa thu được rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho

- $\begin{matrix} : & : & : \\ : & : & : \\ : & : & : \end{matrix}$
  - $\begin{matrix} : & * \\ : & : \\ : & : \end{matrix}$
  - $\begin{matrix} * & : \\ : & : \\ : & : \end{matrix}$
- (\*)

## B. BÀI TẬP

- \* Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

$$(I) \begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$(II) \begin{cases} x - 3y = 0 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

$$(III) \begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$(IV) \begin{cases} 4x + y = 20 \\ -2x - 3y = -10 \end{cases}$$

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các bài 1, 2, 3 và 4

1. Nghiệm của hệ phương trình (I) là:

A.  $(x; y) = (0; 1)$

B.  $(x; y) = (-1; 1)$

C.  $(x; y) = (2; 1)$

D.  $(x; y) = (-2; 0)$

2. Nghiệm của hệ phương trình (II) là:

A.  $(x; y) = (3; 1)$

B.  $(x; y) = (-2; 6)$

C.  $(x; y) = (3; 4)$

D. Vô nghiệm

3. Nghiệm của hệ phương trình (III) là:

A.  $(x; y) = (-1; 4)$

B.  $(x; y) = (-3; 0)$

C.  $(x; y) = (-2; 3)$

D.  $(x; y) = (2; -2)$

4. Nghiệm của hệ phương trình (IV) là:

A.  $(x; y) = (-1; 3)$

B.  $(x; y) = (-5; 2)$

C.  $(x; y) = (5; 0)$

D. Vô số nghiệm

5. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 0,4x - 1,5y = -3,7 \\ 3,5x + 3y = 16 \end{cases}$  bằng phương pháp cộng đại

số, ta được nghiệm là:

- A.  $(x; y) = (0,5; 4)$  B.  $(x; y) = (2; 3)$   
C.  $(x; y) = (2,3; 1,5)$  D.  $(x; y) = (-1; 5)$

6. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \\ x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = \sqrt{3} \end{cases}$  bằng phương pháp cộng đại số,

ta được nghiệm là:

- A.  $(x; y) = (1; 0)$  B.  $(x; y) = (0; -1)$   
C.  $(x; y) = (2; \sqrt{3})$  D.  $(x; y) = (\sqrt{3}; 0)$

7. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 4y = 1 & (1) \\ x - y = 4 & (2) \end{cases}$  bằng cách nhân hai vế của

phương trình (2) với một số thích hợp rồi cộng với phương trình (1) ta được phương trình bậc nhất ẩn số  $y$  là phương trình nào sau đây?

- A.  $3y + 14 = 0$  B.  $2y - 11 = 0$   
C.  $-y + 12 = 0$  D.  $y - 11 = 0$

8. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 2y = 7 & (1) \\ (a+1)x + 2y = -1 & (2) \end{cases}$

Áp dụng phương pháp cộng đại số để giải hệ phương trình. Cộng (1) và (2) vế theo vế ta được phương trình  $x - 6 = 0$ . Tính  $a$ .

- A.  $a = -2$  B.  $a = -3$  C.  $a = \frac{1}{3}$  D.  $a = -\frac{3}{4}$

9. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 2y = m \\ 9x - 2m^2y = 3\sqrt{3} \end{cases}$

Nếu  $m = \sqrt{3}$  thì tập nghiệm của hệ là:

- A.  $S = \{1; \sqrt{2}\}$  B.  $S = \{\sqrt{2}; 1\}$   
C.  $S = \{0; \sqrt{2}\}$  D.  $S = \mathbb{R}$

10. Tập nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x + y - z = 1 & (1) \\ x + z - y = 3 & (2) \\ y + z - x = 5 & (3) \end{cases}$  là

- A.  $S = \{1; 3; 4\}$  B.  $S = \{2; 5; 6\}$   
C.  $S = \{2; 3; 4\}$  D.  $S = \emptyset$

### ĐÁP ÁN

| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Câu | B | A | D | C | B | A | D | B | D | C  |

## Vấn đề 5. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Để giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ta làm theo ba bước sau đây:

- **Bước 1:** *Lập hệ phương trình*
  - Chọn hai ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho chúng.
  - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết.
  - Lập hai phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.
- **Bước 2:** *Giải hệ phương trình nói trên.*
- **Bước 3:** *Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thích hợp với bài toán và kết luận.*

: ..

:

• :

### B. BÀI TẬP

1. Một hình chữ nhật có chu vi là 56cm. Nếu bớt chiều dài 8cm và tăng gấp đôi chiều rộng thì chu vi của hình chữ nhật là 54cm. Tính các cạnh của hình chữ nhật lúc đầu.

Câu trả lời nào sau đây đúng?

A. 9cm; 19cm      B. 5cm; 23cm      C. 7cm; 21cm      D. 6cm; 22cm

2. Hai bạn An và Hòa cùng đi mua vở và sách. Bạn An mua 3 quyển vở và 2 quyển sách hết 13000 đồng, bạn Hòa mua 5 quyển vở và 4 quyển sách (cùng loại với vở và sách bạn An đã mua) hết 25000 đồng. Hỏi giá tiền mỗi quyển vở và mỗi quyển sách là bao nhiêu?

Câu trả lời nào sau đây đúng?

- A. Vở: 800 đồng ; Sách : 5300 đồng  
B. Vở: 1000 đồng ; Sách : 5000 đồng  
C. Vở: 1500 đồng ; Sách : 4250 đồng  
D. Vở: 2000 đồng ; Sách : 3500 đồng

3. Một canô đi từ bến A đến bến B, dự định đến bến B lúc 12 giờ trưa. Nếu chạy với vận tốc 20km/h thì sẽ đến B lúc 13 giờ. Nếu canô chạy với vận tốc 35km/h thì sẽ đến B sớm hơn 2 giờ. Tính độ dài quãng đường AB

Câu trả lời nào sau đây đúng?

- A. 140km                      B. 146km                      C. 150km                      D. 160km

4. Có hai vòi nước A và B chảy vào một cái bể (không có nước). Nếu cả hai vòi cùng chảy thì sau 20 giờ nước đầy bể. Nếu mỗi vòi chảy một mình thì thời gian vòi A chảy đầy bể nhiều hơn thời gian vòi B chảy đầy bể là 4 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu bể đầy nước?

Câu trả lời nào sau đây đúng?

- A. Vòi A: 14 giờ; Vòi B: 6 giờ                      B. Vòi A: 11 giờ; Vòi B: 9 giờ  
C. Vòi A: 12 giờ; Vòi B: 8 giờ                      D. Vòi A: 13 giờ; Vòi B: 7 giờ

5. Giải bài toán cổ sau đây :

Quýt, cam mười bảy quả tươi  
Đem chia cho một trăm người cùng vui  
Chia ba mỗi quả quýt rồi  
Còn cam mỗi quả chia mười thật xinh  
Trăm người trăm miếng ngon lành  
Quýt cam mỗi loại tính rành là bao?

Câu trả lời nào sau đây đúng?

- A. Cam: 9 quả; Quýt: 8 quả                      B. Cam: 5 quả; Quýt: 12 quả  
C. Cam: 10 quả; Quýt: 7 quả                      D. Cam: 7 quả; Quýt: 10 quả

### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Câu | C | B | A | C | D |

# ÔN TẬP CHƯƠNG III

## A. TÓM TẮT CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- 1) Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$  là phương trình có dạng  $ax + by = c$  trong đó  $a, b$  và  $c$  là các số và  $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$ .
- 2) Phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by = c$  luôn có vô số nghiệm  
Trong mặt phẳng tọa độ, tập nghiệm của phương trình  $ax + by = c$  được biểu diễn bởi đường thẳng  $ax + by = c$ .
- 3) Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế
  - \* Dùng quy tắc thế biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn.
  - \* Giải phương trình một ẩn vừa có rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.
- 4) Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số
  - \* Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ là bằng nhau hoặc đối nhau.
  - \* Áp dụng quy tắc cộng đại số để được một hệ phương trình mới, trong đó, một phương trình có hệ số của một trong hai ẩn bằng 0 (tức là phương trình một ẩn).
  - \* Giải phương trình một ẩn vừa có rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.
- 5) Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình
  - **Bước 1:** *Lập hệ phương trình*
    - Chọn hai ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho chúng.
    - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết.
    - Lập hai phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.
  - **Bước 2:** *Giải hệ hai phương trình nói trên.*
  - **Bước 3:** *Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thích hợp với bài toán và kết luận.*

## B. BÀI TẬP

1. Với giá trị nào của  $m$  dưới đây thì đường thẳng  $y = (2 - m)x + 3m - 5$  đi qua điểm  $P(-2; 1)$

A.  $m = 0$                       B.  $m = 3$                       C.  $m = 2$                       D.  $m = \frac{1}{4}$

2. Xác định giá trị của  $a$  và  $b$  để đường thẳng (D) :  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $(-1; -2)$  và  $(2; 10)$

A.  $(a; b) = (4; 2)$                       B.  $(a; b) = (-2; 3)$   
C.  $(a; b) = (-4; 5)$                       D.  $(a; b) = (-1; -3)$

3. Xác định  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 2mx - y = 3 \\ (4 - m)x + y = 5 \end{cases}$  vô nghiệm

A.  $m = -\frac{1}{2}$                       B.  $m = 3$                       C.  $m = 0$                       D.  $m = -4$

4. Xác định giá trị của  $k$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - y = -(2k + 2) \\ -6x + 2y = k + 1 \end{cases}$  có vô số nghiệm.

A.  $k = -1$                       B.  $k = -3$                       C.  $k = \frac{2}{3}$                       D.  $k = -\frac{4}{3}$

5. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 = 0 & (1) \\ x - 2y + 4 = 0 & (2) \end{cases}$

Từ phương trình (2) biểu diễn  $x$  theo  $y$  rồi thay vào phương trình (1) ta được phương trình nào sau đây?

A.  $y + 10 = 0$                       B.  $y - 2 = 0$   
C.  $2y - 4 = 0$                       D.  $3y + 20 = 0$

6. Tập nghiệm của hệ phương trình đã cho ở bài 5 là

A.  $S = \{1; -4\}$                       B.  $S = \{-3; 2\}$   
C.  $S = \{0; 2\}$                       D.  $S = \emptyset$

7. Áp dụng phương pháp cộng đại số, hệ phương trình  $\begin{cases} x - 3y + 5 = 0 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$  tương đương với hệ phương trình nào dưới đây?

A.  $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 5x - 2y = 3 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$   
C.  $\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

8. Xác định phương trình của đường thẳng (D) đi qua hai điểm  $M\left(\frac{4}{3}; 1\right)$

và  $N(-2; 0)$

A.  $y = \frac{3}{10}x + \frac{3}{5}$

B.  $y = -10x + \frac{4}{5}$

C.  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{5}$

D.  $y = 4x + \frac{2}{3}$

9. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} (m-5)x - 2y = 12 \\ 2mx + y = -1 \end{cases}$

Bạn Hồng đã giải và biện luận hệ phương trình trên như sau:

Bước 1 : Ta có  $\begin{cases} (m-5)x - 2y = 12 \\ 2mx + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-5)x - 2y = 12 \\ 4mx + 2y = -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)x = 2 & (1) \\ 2mx + y = -1 & (2) \end{cases}$

Bước 2 : • Nếu  $m \neq 1$  thì:

\*  $(1) \Leftrightarrow x = \frac{2}{m-1}$

\*  $(2) \Leftrightarrow y = \frac{-5m+1}{m-1}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là:  $(x; y) = \left(\frac{2}{m-1}; \frac{-5m+1}{m-1}\right)$

Bước 3 : • Nếu  $m = 1$  thì :

\*  $(1) \Leftrightarrow x = \frac{2}{1-1} = \frac{2}{0} = 0$

\*  $(2) \Leftrightarrow y = -1$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là:  $(x; y) = (0; -1)$

Theo em, bạn Hồng giải đúng hay sai. Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng

B. Sai từ bước 1

C. Sai từ bước 2

D. Sai từ bước 3

10. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} |y+3| + |x-2| = 5 \\ |x-2| = 2y+4 \end{cases}$

Tập nghiệm của hệ này là:

A.  $S = \{-2; 1\}$

B.  $S = \{2; -3\}$

C.  $S = (2; 2)$

D.  $S = \emptyset$

11. Tìm hai số tự nhiên a và b, cho biết  $2a + b = 91$  và  $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$

A.  $(a; b) = (26; 39)$

B.  $(a; b) = (24; 41)$

C.  $(a; b) = (21; 50)$

D. A), B), C) đều sai

12. Hai người thợ dự định may 850 cái áo trong một tháng. Nhưng do người thứ nhất (I) may vượt mức 12%, người thứ hai (II) may vượt mức 10%; do vậy trong tháng đó cả hai người đã may được 944 cái áo. Hỏi mỗi người dự định may bao nhiêu cái áo?

Câu trả lời nào sau đây đúng :

- A. (I): 300 cái áo; (II): 550 cái áo  
 B. (I): 450 cái áo; (II): 400 cái áo  
 C. (I): 500 cái áo; (II): 350 cái áo  
 D. Một kết quả khác

### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Câu | C | A | D | A | B | C | B | A | D | C  | A  | B  |

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. (B) Ta có:  $4x - 3y = 16$  (\*)

Thay  $x = 1$ ,  $y = 3$  vào vế trái của (\*), ta có:

$$4.1 - 3.3 = -5 \neq 16$$

Do đó (1 ; 3) không phải là nghiệm của (\*)

Làm tương tự trên đối với các cặp số còn lại thì chỉ có (1;-4) là nghiệm của phương trình đã cho.

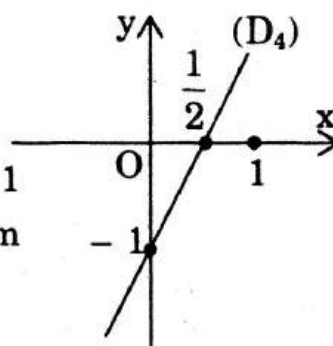
2. (C) Công thức nghiệm tổng quát của phương trình  $3x + y = 6$ :

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -3x + 6 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = -\frac{1}{3}y + 2 \end{cases}$$

3. (A) Công thức nghiệm tổng quát của phương trình  $4x + 2y = 0$ :

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -2x \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = -\frac{1}{2}y \end{cases}$$

4. (D) Tập nghiệm (x; y) của phương trình  $2x - y = 1$  được biểu diễn bởi đường thẳng đi qua hai điểm trên hai trục (0; -1) và  $(\frac{1}{2}; 0)$



$$5. \textcircled{B} \text{ Ta có: } \begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ -2x - 3 = 0 \\ 2y + 6 = 0 \\ 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ x = -\frac{3}{2} \\ y = -3 \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Đường thẳng (D) song song với trục tung và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $-\frac{3}{2}$  biểu diễn tập nghiệm của phương trình  $x = -\frac{3}{2}$  hay  $-2x - 3 = 0$

$$6. \textcircled{D} \text{ Ta có: } \begin{cases} 4x - 2y = 5 \\ 3x + 3y = 8 \\ 0x + 5y = 10 \\ 2x - 0y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - \frac{5}{2} \\ y = -x + \frac{8}{3} \\ y = 2 \\ x = 6 \end{cases}$$

Vậy phương trình  $2x - y = 12$  không xác định hàm số dạng  $y = ax + b$

7.  $\textcircled{C}$  Thay  $x_M = 2$  và  $y_M = 1$  vào  $mx - 3y = 5$  ta có:  $2m - 3 = 5 \Leftrightarrow m = 4$

8.  $\textcircled{B}$  Tọa độ giao điểm của (D) với trục hoành là:  $(-1; 0)$

Thay  $x = -1, y = 0$  vào  $\frac{1}{3}x + 2y = \frac{1}{2}m$

Ta có:  $\frac{1}{3} \cdot (-1) + 2 \cdot 0 = \frac{1}{2}m \Leftrightarrow m = -\frac{2}{3}$

9.  $\textcircled{A}$  Phương trình hoành độ giao điểm của  $(D_1)$  và  $(D_2)$  là:

$$-\frac{1}{4}x + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}x - 1 \Leftrightarrow -3x + 4 = 6x - 12 \Leftrightarrow 9x = 16 \Leftrightarrow x = \frac{16}{9}$$

Thay  $x = \frac{16}{9}$  vào  $y = \frac{1}{2}x - 1$ , ta được:  $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{9} - 1 = \frac{8-9}{9} = -\frac{1}{9}$

Vậy tọa độ của giao điểm của  $(D_1)$  và  $(D_2)$  là  $\left(\frac{16}{9}; -\frac{1}{9}\right)$

10.  $\textcircled{D}$  Nghiệm chung của hai phương trình bậc nhất hai ẩn là tọa độ giao điểm hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình đó.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x - 2y = -10 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + 5 & (1) \\ x + y = -1 \Leftrightarrow y = -x - 1 & (2) \end{cases} \pi$$

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng (1) và (2) là :

$$\frac{1}{2}x + 5 = -x - 1 \Leftrightarrow x + 10 = -2x - 2 \Leftrightarrow x = -4$$

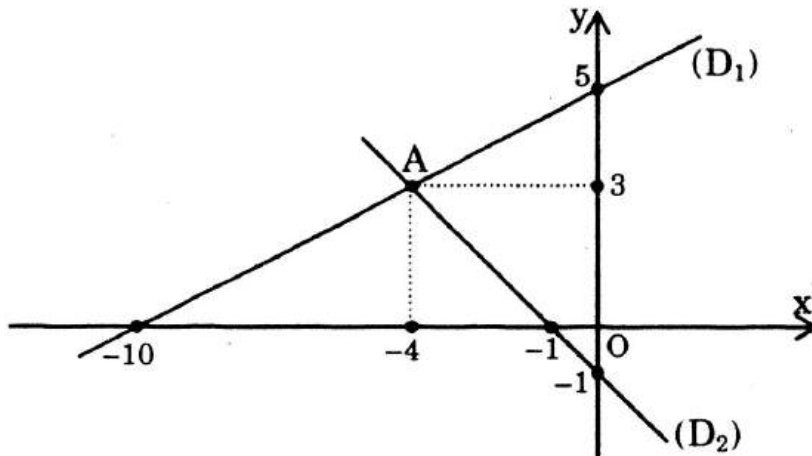
$$(2) \Rightarrow y = -(-4) - 1 = 3$$

Tọa độ giao điểm là  $(-4; 3)$

Vậy nghiệm chung của hai phương trình đã cho là  $(x; y) = (-4; 3)$

**Minh họa hình học:**

- Đường thẳng  $(D_1): x - 2y = -10$  đi qua hai điểm  $(0; 5)$  và  $(-10; 0)$
- Đường thẳng  $(D_2): x + y = -1$  đi qua hai điểm  $(0; -1)$  và  $(-1; 0)$



- Trên đồ thị ta thấy  $(D_1)$  và  $(D_2)$  cắt nhau tại  $A(-4; 3)$ .

Vậy nghiệm chung của hai phương trình đã cho là  $(x; y) = (-4; 3)$

## 2. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

$$1. \textcircled{A} \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 3 & (1) \quad (a = 1, b = -3) \\ y = -2x + 3 & (2) \quad (a' = -2, b' = 3) \end{cases}$$

Vì  $a \neq a'$  ( $1 \neq -2$ ) nên đồ thị của (1) và (2) là hai đường thẳng cắt nhau

Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất

$$2. \textcircled{C} \begin{cases} 3x - y = -2 \\ 6x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x + 2 & (1) \quad (a = 3, b = 2) \\ y = 3x - 1 & (2) \quad (a' = 3, b' = -1) \end{cases}$$

Vì  $a = a'$  ( $= 3$ ) và  $b \neq b'$  ( $2 \neq -1$ ) nên đồ thị của (1) và (2) là hai đường thẳng song song

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

3. (B) Ta có: 
$$\begin{cases} 4x - 4y + 2 = 0 \\ -2x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + \frac{1}{2} & (1) \\ y = x + \frac{1}{2} & (2) \end{cases} \begin{pmatrix} a = 1, b = \frac{1}{2} \\ a' = 1, b' = \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Vì  $a = a' = 1$  và  $b = b' = \frac{1}{2}$  nên đồ thị của (1) và (2) là hai đường thẳng trùng nhau

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm

4. (B)

A. 
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 4 & (a = -1, b = 4) \\ y = x & (a' = 1, b' = 0) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Hai đồ thị là hai đường thẳng cắt nhau.

Vậy Hệ phương trình có một nghiệm duy nhất

B. 
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 & (a = 1, b = -2) \\ y = x & (a' = 1, b' = 0) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Hai đồ thị là hai đường thẳng song song.

Vậy hệ phương trình vô nghiệm

C. 
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x & (a = 1, b = 0) \\ y = -x & (a' = -1, b' = 0) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Hai đồ thị là hai đường thẳng đều đi qua gốc tọa độ

Vậy hệ phương trình có một nghiệm duy nhất

D. 
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 6 & (a = -1, b = 6) \\ y = x - 2 & (a' = 1, b' = -2) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Hai đồ thị là hai đường thẳng cắt nhau

Vậy hệ phương trình có một nghiệm duy nhất

5. (C) Tọa độ của một trong bốn điểm M, N, P, Q là tọa độ giao điểm của hai đồ thị của hai phương trình thuộc hệ thì tọa độ của điểm đó là nghiệm của hệ phương trình. Ta có:

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} & (1) \\ y = -\frac{3}{4}x + 2 & (2) \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị (là hai đường thẳng) của (1) và (2) là:

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}x + 2 \Leftrightarrow 2x - 2 = -3x + 8 \Leftrightarrow x = 2$$

$$(1) \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Do đó tọa độ giao điểm là  $\left(2; \frac{1}{2}\right)$

Vậy điểm  $P\left(2; \frac{1}{2}\right)$  biểu diễn nghiệm của hệ phương trình đã cho

6. (D) 
$$\begin{cases} ax + y = 5 & (1) \\ 3x + by = 0 & (2) \end{cases}$$

Thay  $x = -2$  và  $y = 3$  vào (1) và (2), ta có:

$$\begin{cases} -2a + 3 = 5 \\ 3(-2) + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

7. (B) 
$$\begin{cases} -\frac{1}{3}x + y = 2 \\ -x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 2 & (1) \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{1}{3}x + 2 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x + 12 = 3x + 3 \Rightarrow x = 9$$

$$(1) \Rightarrow y = \frac{1}{3} \cdot 9 + 2 = 5$$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị là  $(9; 5)$

8. (A) Làm tương tự bài 7 vấn đề 2, ta có:

$(D_1)$  và  $(D_2)$  cắt nhau tại  $(-1; 3)$

$(D_1)$  và  $(D_3)$  cắt nhau tại  $(-1; 3)$

Vậy  $(D_1)$ ,  $(D_2)$  và  $(D_3)$  đồng qui tại điểm  $(-1; 3)$

9. (C) Ta có  $(D_1) : x + y = 2$  và  $(D_2) : y = 4$

Thay  $y = 4$  vào  $x + y = 2$ , ta có :  $x = -2$

Tọa độ giao điểm của  $(D_1)$  và  $(D_2)$  là  $(-2; 4)$ . Vậy P là điểm cần tìm

10. (B) (1) và (3) đúng, (2) sai

\* Giải thích

- (2) sai vì hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn đều có vô số nghiệm thì chưa thể kết luận là chúng tương đương nhau

Ví dụ:

- (I) 
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$
 có vô số nghiệm và tập nghiệm là

$$S_1 = \{x; y \mid x \in \mathbb{R} \text{ và } y = 2x - 1\}$$

- (II)  $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$  có vô số nghiệm và tập nghiệm là

$$S_2 = \{x; y \mid x \in \mathbb{R} \text{ và } y = -x + 2\}$$

Ta thấy  $S_1 \neq S_2$

Vậy hệ (I) và (II) không tương đương nhau

- (3) đúng vì hai hệ phương trình khác nhau hai ẩn đều vô nghiệm nên hai hệ phương trình này có chung một tập nghiệm là tập hợp  $\emptyset$ . Do đó hai hệ phương trình này tương đương nhau

### 3. GIẢI HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN BẰNG PHƯƠNG PHÁP THẾ

$$1. \textcircled{D} \text{ (I)} \begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2(x + 1) = 5 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (1; 2)$  là nghiệm của hệ phương trình (I)

$$2. \textcircled{B} \text{ (II)} \begin{cases} -2x + y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 7 \\ 3x + 2(2x + 7) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (-2; 3)$  là nghiệm của hệ phương trình (II)

$$3. \textcircled{C} \text{ (III)} \begin{cases} 5x - 4y = 4 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 4(-x - 1) = 4 \\ y = -x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (0; -1)$  là nghiệm của hệ phương trình (III)

$$4. \textcircled{A} \text{ (IV)} \begin{cases} x + 3y = -4 \\ -3x + 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y - 4 \\ -3(-3y - 4) + 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (-4; 0)$  là nghiệm của hệ phương trình (IV)

$$5. \textcircled{D} \begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x + 6y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 3y \\ 2(1 - 3y) + 6y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 3y \\ 0y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm

$$6. \textcircled{D} \text{ Ta có } \begin{cases} \sqrt{5}x - y = \sqrt{5}(\sqrt{3} - 1) & (1) \\ 2\sqrt{3}x + 3\sqrt{5}y = 21 & (2) \end{cases}$$

Giải hệ bằng phương pháp thế như sau :

$$(1) \Rightarrow y = \sqrt{5}x - \sqrt{5}(\sqrt{3} - 1) = \sqrt{5}x - \sqrt{15} + \sqrt{5} \quad (3)$$

Thay (3) vào (2) ta có :  $2\sqrt{3}x + 3\sqrt{5}(\sqrt{5}x - \sqrt{15} + \sqrt{5}) = 21$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}x + 15x - 3\sqrt{75} + 15 = 21 \Leftrightarrow (2\sqrt{3} + 15)x = 6 + 15\sqrt{3}$$

$$x = \frac{6 + 15\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 15} = \frac{(6 + 15\sqrt{3})(2\sqrt{3} - 15)}{(2\sqrt{3})^2 - 15^2} = \sqrt{3} \quad (4)$$

$$(3) \Rightarrow y = \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{15} + \sqrt{5} = \sqrt{5}$$

Vậy  $(x; y) = (\sqrt{3}; \sqrt{5})$  là nghiệm của hệ phương trình đã cho

Như vậy bạn Tâm đã giải sai ở bước 3

$$7. \textcircled{C} \begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} & (1) \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow y = -5x\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \quad (3)$$

Thay (3) vào (2), ta có:

$$\Leftrightarrow x\sqrt{6} + 5x\sqrt{6} - 4 = 2 \Leftrightarrow 6x\sqrt{6} = 6 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{6} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Thay (4) vào (3) ta có: } y &= (-5) \cdot \frac{\sqrt{6}}{6} \cdot \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = \frac{-5\sqrt{18}}{6} + 2\sqrt{2} \\ &= \frac{-15\sqrt{2}}{6} + 2\sqrt{2} = \frac{-5\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Vậy  $(x; y) = \left(\frac{\sqrt{6}}{6}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  là nghiệm của hệ phương trình đã cho

$$8. \textcircled{A} \begin{cases} 2,4x + 0,2y = 6,4 \\ 0,4x - 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24x + 2y = 64 \\ 4x - 20y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x + y = 32 \\ x - 5y = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 32 - 12x \\ x - 5(32 - 12x) = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{92}{61} \\ x = \frac{155}{61} \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} y = 1,51 \\ x = 2,54 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (2,54; 1,51)$  là nghiệm của hệ phương trình đã cho

$$9. \textcircled{B} \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{4} \\ x + y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4x \\ x + 4x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (2; 8)$  là nghiệm của hệ phương trình đã cho

10.  $\textcircled{C}$  Thay  $x = 2$  và  $y = -2$  vào hệ phương trình đã cho, ta có:

$$\begin{cases} 4 - 2b = 2 \\ 2b - 2a = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 3 \end{cases}$$

Vậy  $(a; b) = (3; 1)$

## 4. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

$$1. \textcircled{B} \text{ (I)} \begin{cases} 3x - 2y = -5 & (1) \\ x + 2y = 1 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = -4 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (-1; 1)$  là nghiệm của hệ phương trình (I)

$$2. \textcircled{A} \text{ (II)} \begin{cases} x - 3y = 0 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y = 0 \\ 6x + 3y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 21 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (3; 1)$  là nghiệm của hệ phương trình (II)

$$3. \textcircled{D} \text{ (III)} \begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 4 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (2; -2)$  là nghiệm của hệ phương trình (III)

$$4. \textcircled{C} \begin{cases} 4x + y = 20 \\ -2x - 3y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = 20 \\ -4x - 6y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = 20 \\ -5y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (5; 0)$  là nghiệm của hệ phương trình (IV)

$$5. \textcircled{B} \begin{cases} 0,4x - 1,5y = -3,7 \\ 3,5x + 3y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,8x - 3y = -7,4 \\ 3,5x + 3y = 16 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4,3x = 8,6 \\ 3,5x + 3y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (2; 3)$  là nghiệm của hệ phương trình đã cho

$$6. \textcircled{A} \begin{cases} x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \\ x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y\sqrt{6} = 2 \\ 3x - y\sqrt{6} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 3x - y\sqrt{6} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy  $(x; y) = (1; 0)$  là nghiệm của hệ phương trình đã cho

$$7. \textcircled{D} \begin{cases} 3x - 4y = 1 & (1) \\ x - y = 4 & (2) \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình (2) với  $-3$ , ta có:  $-3x + 3y = -12$  (3)

Cộng (1) và (3) vế theo vế ta được:  $y - 11 = 0$

$$8. \textcircled{B} \begin{array}{rcl} + & 3x - 2y = 7 & (1) \\ & (a+1)x + 2y = -1 & (2) \\ \hline & 3x + (a+1)x = 6 & \end{array}$$

$$\text{Hay } x(4+a) = 6 \quad (3)$$

$$\text{Ta có } x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 6 \quad (4)$$

$$(3) \text{ và } (4) \Rightarrow 6(4+a) = 6 \Leftrightarrow 4+a = 1 \Leftrightarrow a = -3$$

9. (D) Thay  $m = \sqrt{3}$  vào hệ phương trình, ta có :

$$\begin{cases} 3x - 2y = m \\ 9x - 2m^2y = 3\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = \sqrt{3} \\ 9x - 6y = 3\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = \sqrt{3} \\ 3x - 2y = \sqrt{3} \text{ (chia hai vế cho 3)} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm:  $S = R$

10. (C)

$$\begin{cases} x + y - z = 1 & (1) \\ x + z - y = 3 & (2) \\ y + z - x = 5 & (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \text{ (cộng (1) và (2))} \\ 2z = 8 \text{ (cộng (2) và (3))} \\ y + z - x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ z = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy  $S = \{2; 3; 4\}$  là tập nghiệm của hệ phương trình đã cho

## 5. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

1. (C) Gọi  $x(\text{cm})$  là chiều dài,  $y(\text{cm})$  là chiều rộng của hình chữ nhật

ĐK:  $0 < y < x < 28$

Theo đề bài ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} (x + y) \cdot 2 = 56 \\ (x - 8 + 2y) \cdot 2 = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 28 \\ x + 2y = 35 \end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được  $(x; y) = (21; 7)$  đều thỏa điều kiện nêu trên

Trả lời: Hai cạnh của hình chữ nhật là 21cm và 7cm

2. (B) Gọi  $x(\text{đồng})$  và  $y(\text{đồng})$  theo thứ tự là giá tiền mỗi quyển vở và mỗi quyển sách. ĐK:  $x > 0, y > 0$

An mua 3 quyển vở và 2 quyển sách, ta có:  $3x + 2y = 13000$  (đồng)

Hòa mua 5 quyển vở và 4 quyển sách, ta có:  $5x + 4y = 25000$  (đồng)

Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 13000 \\ 5x + 4y = 25000 \end{cases}$  ta được  $(x; y) = (1000; 5000)$  đều

thỏa điều kiện nêu trên.

Trả lời: – Giá tiền mỗi quyển vở là 1000 đồng

– Giá tiền mỗi quyển sách là 5000 đồng

3. (A) Gọi  $S(\text{km})$  là độ dài quãng đường AB,  $t_0$  là thời điểm xuất phát của canô. ĐK:  $S > 0, t_0 > 0$

Ta đã biết: Quãng đường = Vận tốc  $\times$  thời gian đi

– Khi canô đi với vận tốc 20km/h thì đến B lúc 13 giờ, ta có:

$$S = 20(13 - t_0) \text{ (km)}$$

- Khi canô đi với vận tốc 35km/h thì đến B sớm hơn 2 giờ tức là lúc 10 giờ canô đến B, ta có :  $S = 35(10 - t_0)$  (km)

Giải hệ phương trình  $\begin{cases} S = 20(13 - t_0) \\ S = 35(10 - t_0) \end{cases}$  ta được  $(t_0; S) = (6; 140)$  đều

thỏa điều kiện nêu trên

Trả lời : Quãng đường AB dài 140km

4. (C) Gọi x(giờ) và y(giờ) theo thứ tự là thời gian của vòi A và vòi B chảy một mình đầy bể. ĐK:  $x > 0, y > 0$

Theo đề bài ta có hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được  $(x; y) = (12; 8)$  đều thỏa điều kiện nêu trên

Trả lời : - Vòi A chảy một mình đầy bể mất 12 giờ

- Vòi B chảy một mình đầy bể mất 8 giờ

5. (D) Gọi x(quả) là số lượng quả cam và y(quả) là số lượng quả quýt  
ĐK: x, y : nguyên dương

Theo đề bài ta có hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 17 \\ 10x + 3y = 100 \end{cases}$

Giải hệ này ta được :  $(x; y) = (7; 10)$  đều thỏa điều kiện nêu trên

Trả lời: Cam: 7 quả; Quýt: 10 quả

## ÔN TẬP CHƯƠNG III

1. (C) Thay  $x_p = -2$  và  $y_p = 1$  vào phương trình của đường thẳng, ta có :

$$1 = (2 - m)(-2) + 3m - 5$$

$$\Leftrightarrow 1 = -4 + 2m + 3m - 5 \Leftrightarrow 5m = 10 \Leftrightarrow m = 2$$

2. (A) Tọa độ hai điểm  $(-1; -2)$  và  $(2; 10)$  nghiệm đúng phương trình  $y = ax + b$ . Từ đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -2 = -a + b \\ 10 = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = a - b \\ 10 = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 12 \\ 2a + b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$$

3. (D)  $\begin{cases} 2mx - y = 3 \\ (4 - m)x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2mx - 3 \\ y = -(4 - m)x + 5 \end{cases} \begin{matrix} (a = 2m, b = -3) & (1) \\ (a' = m - 4, b' = 5) & (2) \end{matrix}$

Hệ phương trình đã cho vô nghiệm khi đồ thị của hai phương trình

(1) và (2) song song, tức là:  $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$  hay  $\begin{cases} 2m = m - 4 \\ -3 \neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow m = -4$ .

Vậy khi  $m = -4$  thì hệ phương trình đã cho vô nghiệm

$$4. \textcircled{A} \begin{cases} 3x - y = -(2k + 2) \\ -6x + 2y = k + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x + 2k + 2 \quad (a = 3, b = 2k + 2) \quad (1) \\ y = 3x + \frac{k+1}{2} \quad (a' = 3, b' = \frac{k+1}{2}) \quad (2) \end{cases}$$

Hệ phương trình có vô số nghiệm khi đồ thị của hai phương trình

$$(1) \text{ và } (2) \text{ trùng nhau, tức là: } \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} a = a' = 3 \\ 2k + 2 = \frac{k+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' = 3 \\ k = -1 \end{cases}$$

Vậy khi  $k = -1$  thì hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm

$$5. \textcircled{B} \begin{cases} 3x + 4y - 8 = 0 & (1) \\ x - 2y + 4 = 0 & (2) \end{cases} \quad (*)$$

$$(2) \Rightarrow x = 2y - 4 \quad (3)$$

Thay (3) vào (1), ta có:  $3(2y - 4) + 4y - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow 6y - 12 + 4y - 8 = 0 \Leftrightarrow 10y - 20 = 0 \Leftrightarrow y - 2 = 0 \quad (4)$$

$$6. \textcircled{C} (4) \Leftrightarrow y = 2 \quad (5)$$

Thay (5) vào (3), ta có:  $x = 2 \cdot 2 - 4 = 0$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình (\*) là:  $S = \{0; 2\}$

$$7. \textcircled{B} \begin{cases} x - 3y + 5 = 0 \\ 4x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y = -5 \\ 4x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$$

$$8. \textcircled{A} \text{ Phương trình đường thẳng (D): } y = ax + b \quad (*)$$

(D) đi qua  $M\left(\frac{4}{3}; 1\right)$  và  $N(-2; 0)$  nên tọa độ của hai điểm này nghiệm đúng phương trình (\*)

$$\text{Từ đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} 1 = \frac{4}{3}a + b \\ 0 = -2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{10} \\ b = \frac{3}{5} \end{cases}$$

Vậy phương trình của (D) là:  $y = \frac{3}{10}x + \frac{3}{5}$

$$9. \textcircled{D} \begin{cases} (m-5)x - 2y = 12 \\ 2mx + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-5)x - 2y = 12 \\ 4mx + 2y = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5(m-1)x = 10 \\ 2mx + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)x = 2 & (1) \\ 2mx + y = -1 & (2) \end{cases}$$

• Nếu  $m \neq 1$  thì : \* (1)  $\Leftrightarrow x = \frac{2}{m-1}$ ; (2)  $\Leftrightarrow y = \frac{-5m+1}{m-1}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là  $(x; y) = \left(\frac{2}{m-1}; \frac{-5m+1}{m-1}\right)$

• Nếu  $m = 1$  : (1)  $\Leftrightarrow 0x = 2$  phương trình này vô nghiệm

Vậy hệ phương trình vô nghiệm. Do đó bạn Hồng đã giải sai ở bước 3

10. (C) Ta có: 
$$\begin{cases} |y + 3| + |x - 2| = 5 & (1) \\ |x - 2| = 2y - 4 & (2) \end{cases}$$

(1) và (2)  $\Rightarrow 5 - |y + 3| = 2y - 4 \Leftrightarrow |y + 3| = 9 - 2y$  (3)

Điều kiện:  $9 - 2y \geq 0 \Leftrightarrow y \leq \frac{9}{2}$

Từ (3) ta có: 
$$\begin{cases} y + 3 = 9 - 2y \\ y + 3 = 2y - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 < \frac{9}{2} \text{ (nhận)} \\ y = 12 > \frac{9}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Thay  $y = 2$  vào (2) ta có:  $|x - 2| = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình đã cho là:  $S = \{2; 2\}$

11. (A) Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2a + b = 91 \\ \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 91 - 2a \\ \frac{a}{91 - 2a} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 39 \\ a = 26 \end{cases}$$

Vậy hai số phải tìm là:  $a = 26, b = 39$

\* Cách khác

Ta có:  $\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{2a}{4} = \frac{b}{3} \Rightarrow \frac{2a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{2a + b}{4 + 3} = \frac{91}{7} = 13$

•  $\frac{a}{2} = 13 \Rightarrow a = 26$

•  $\frac{b}{3} = 13 \Rightarrow b = 39$ . Vậy  $(a; b) = (26; 39)$

12. (B) Gọi  $x$  là số áo người thợ thứ nhất dự định may

$y$  là số áo người thợ thứ hai dự định may

ĐK:  $x, y$  nguyên dương

Hai người dự định may:  $x + y = 850$  (1)

Do tăng năng suất nên cả hai thợ đã may thêm được một số áo là:

$$944 - 850 = 94 \text{ (áo)}$$

Từ đó ta có phương trình:

$$\frac{12x}{100} + \frac{10y}{100} = 94 \text{ hay } 6x + 5y = 4700 \quad (2)$$

Giải hệ phương trình gồm phương trình (1) và (2), ta có:

$$\begin{cases} x + y = 850 \\ 6x + 5y = 4700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 450 \text{ (thích hợp)} \\ y = 400 \text{ (thích hợp)} \end{cases}$$

Trả lời: - Người thợ thứ nhất dự định may 450 cái áo

- Người thợ thứ hai dự định may 400 cái áo

## CHƯƠNG IV. HÀM SỐ $y = ax^2$ ( $a \neq 0$ )

### PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

#### Vấn đề 1. HÀM SỐ $y = ax^2$ ( $a \neq 0$ )

##### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Hàm số  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) được xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$

##### 1 Tính chất

- Nếu  $a > 0$  thì hàm số  $y = ax^2$  nghịch biến khi  $x < 0$  và đồng biến khi  $x > 0$
- Nếu  $a < 0$  thì hàm số  $y = ax^2$  đồng biến khi  $x < 0$  và nghịch biến khi  $x > 0$

##### 2 Nhận xét

- \* Nếu  $a > 0$  thì  $y > 0$  với mọi  $x \neq 0$ ;  $y = 0$  khi  $x = 0$   
Giá trị nhỏ nhất của hàm số là  $y = 0$
- \* Nếu  $a < 0$  thì  $y < 0$  với mọi  $x \neq 0$ ;  $y = 0$  khi  $x = 0$   
Giá trị nhỏ nhất của hàm số là  $y = 0$

##### B. BÀI TẬP

- . Diện tích của đường tròn bán kính  $R$  được tính bởi công thức  $S = \pi R^2$  ( $\pi = 3,14$ )

Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Nếu  $R$  giảm  $\frac{1}{2}$  lần thì  $S$  giảm  $\frac{1}{4}$  lần
- B. Nếu  $R$  tăng gấp 5 lần thì  $S$  tăng gấp 10 lần
- C. Nếu  $R = \frac{3}{4} \text{ m}$  thì  $S \approx 1,77 \text{ m}^2$
- D. Nếu  $S = 32 \text{ cm}^2$  thì  $R \approx 3,19 \text{ cm}$

- . Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{3}x^2$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$
- B. Hàm số đã cho đồng biến khi  $x > 0$
- C. Hàm số đã cho nghịch biến khi  $x < 0$
- D. A), B), C) đều đúng

3. Cho hàm số  $y = f(x) = -\frac{1}{4}x^2$

Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số đã cho xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$
- B. Hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất  $y = 0$  khi  $x = 0$
- C. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất  $y = 0$  khi  $x = 0$
- D. Nếu  $y = -1$  thì  $x = \pm 2$

4. Cho hàm số  $y = f(x) = -2x^2 + \frac{1}{3}$

Khẳng định nào sau đây đúng nhất ?

- A.  $y = f(0) = 0$
- B.  $y = f(-1) = -\frac{5}{3}$
- C.  $y = f(2) = -\frac{23}{3}$
- D. A) sai; B) và C) đúng

5. Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{6}x^2$

Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống :

- A. ☐ Hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất  $y = \frac{1}{6}$  khi  $x = 6$
- B. ☐ Hàm số đã cho nghịch biến khi  $x < 0$
- C. ☐ Nếu  $x = -3$  thì  $y = 1,5$
- D. ☐ Nếu  $y = -3$  thì  $x = \pm 3\sqrt{2}$

6. Xác định  $m$  để hàm số  $y = \left(3 - \frac{1}{2}m\right)x^2$  đồng biến khi  $x < 0$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $m > 6$
- B.  $m > 5$
- C.  $m < 4$
- D.  $m \geq 3$

7. Xác định  $m$  để hàm số  $y = \frac{3}{m-1}x^2$  nghịch biến khi  $x > 0$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $m = 1$
- B.  $m < 1$
- C.  $m > 1$
- D.  $m \geq 2$

8. Xác định  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{m^2 - 4} \cdot x^2$  nghịch biến khi  $x < 0$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $m = 2$
- B.  $m = -2$
- C.  $m = \pm 2$
- D.  $m < -2$  hoặc  $m > 2$

9. Cho hàm số  $y = f(x) = 3x^2$ . Nếu  $f(m+1) = 12$  thì giá trị của  $m$  là:

- A.  $-1$  hoặc  $-2$
- B.  $-2$  hoặc  $-3$
- C.  $1$  hoặc  $-3$
- D.  $0$  hoặc  $-1$

0. Cho hàm số :  $y = \sqrt{\frac{-3}{m^2 + 1}} \cdot x^2$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số xác định mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$
- B. Nếu  $m = -3$  thì hàm số nghịch biến khi  $x < 0$
- C. Nếu  $m = 3$  thì hàm số đồng biến khi  $x > 0$
- D. A), B), C) đều sai

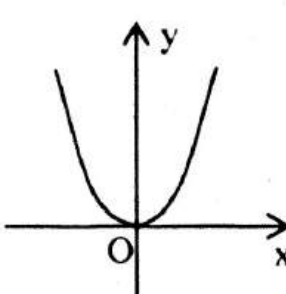
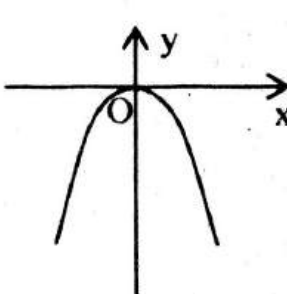
### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Câu | B | D | B | D | × | A | B | D | C | D  |

## VẤN ĐỀ 2. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax^2$ ( $a \neq 0$ )

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

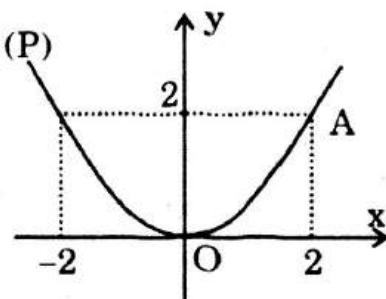
- Hàm số  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) được xác định với mọi giá trị của  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ .

| $a > 0$                                                                                        | $a < 0$                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| * Hàm số đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$                                      | * Hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$                                       |
| Đồ thị parabol có đỉnh $O(0; 0)$ , trục đối xứng là $Oy$ và ở phía trên $Ox$                   | Đồ thị là parabol có đỉnh $O(0; 0)$ , trục đối xứng là $Oy$ và ở phía dưới $Ox$                 |
| $a > 0$<br> | $a < 0$<br> |

## B. BÀI TẬP

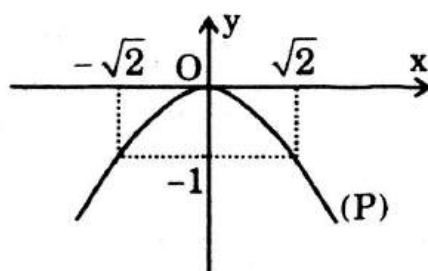
1. Parabol (P) là đồ thị của hàm số nào sau đây ? (P)

A.  $y = -\frac{1}{2}x^2$       B.  $y = -\frac{1}{3}x^2$   
 C.  $y = \frac{1}{4}x^2$       D.  $y = \frac{1}{2}x^2$



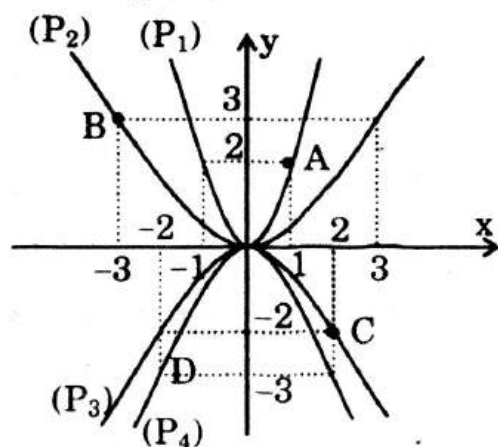
2. Parabol (P) là đồ thị của hàm số nào sau đây ?

A.  $y = -\frac{1}{2}x^2$   
 B.  $y = \frac{1}{2}x^2$   
 C.  $y = -\frac{1}{3}x^2$   
 D.  $y = \sqrt{2}x^2$



3. Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống :

A. ☐ (P<sub>1</sub>) là đồ thị của  $y = 2x^2$   
 B. ☐ (P<sub>2</sub>) là đồ thị của  $y = 3x^2$   
 C. ☐ (P<sub>3</sub>) là đồ thị của  $y = -\frac{1}{2}x^2$   
 D. ☐ (P<sub>4</sub>) là đồ thị của  $y = -\frac{2}{3}x^2$



4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, lấy bốn điểm  $M(1; \sqrt{2})$ ,  $N(\sqrt{3}; \sqrt{6})$ ,  $E(-\sqrt{3}; 3\sqrt{2})$ ,  $F(-\sqrt{2}; 4\sqrt{2})$  thì điểm nào thuộc đồ thị của hàm số  $y = \sqrt{2}x^2$  ?

A. Điểm M và N      B. Điểm E và F      C. Điểm M và E      D. Điểm N và F

5. Gọi (P) là đồ thị của hàm số  $y = (m - 3)x^2$  ( $m \neq 3$ ). Tính m cho biết (P) đi qua điểm  $I(\sqrt{3}; \sqrt{6})$

A.  $m = 6 + \sqrt{6}$

B.  $m = 3 + \frac{\sqrt{6}}{3}$

C.  $m = 9 - \frac{\sqrt{6}}{3}$

D. Một kết quả khác

6. Cho điểm M có hoành độ  $x = -2$  thuộc đồ thị (P) của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$ . Tọa độ của M' là điểm đối xứng với M qua trục tung là:

A.  $M'(2; -2)$

B.  $M'(2; 2)$

C.  $M'(4; -2)$

D.  $M'(-2; 4)$

7. Tọa độ giao điểm của parabol (P):  $x^2$  và đường thẳng (D):  $y = 2x$  là:

A. (1; 4) và (0; 0)

B. (-2; 4) và (0; 0)

C. (0; 0) và (-1; 2)

D. (0; 0) và (2; 4)

8. Tọa độ giao điểm của parabol (P):  $y = -\frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng

(D):  $y = -3$  là:

A.  $(\sqrt{3}; 3)$  và  $(\sqrt{3}; -3)$

B.  $(\sqrt{6}; -3)$  và  $(-\sqrt{6}; -3)$

C.  $(\sqrt{6}; 3)$  và  $(-\sqrt{6}; 3)$

D.  $(\sqrt{3}; \sqrt{2})$  và  $(\sqrt{3}; -\sqrt{2})$

9. Xét bài toán: “Cho hàm số  $y = f(x) = 2x^2$  có đồ thị là (P). Nêu cách vẽ điểm M trên (P) có hoành độ là  $x_M = \sqrt{2}$ ”

Hãy sắp xếp một cách hợp lí các câu sau để có lời giải của bài toán trên.

A. Vẽ cung tròn (O; OA) cắt trục Ox tại B

B. Vẽ đồ thị (P) trong mặt phẳng tọa độ Oxy

C. Vẽ điểm A có tọa độ (1; 1)

D. Qua B vẽ đường thẳng vuông góc với Ox cắt (P) tại điểm M. Đó là điểm ta cần vẽ

Sắp xếp nào sau đây hợp lí nhất:

A. a), b), d), c)

B. b), a), c), d)

C. b), c), a), d)

D. d), c), b), a)

10. Cho hàm số  $y = f(x) = -2x|x|$

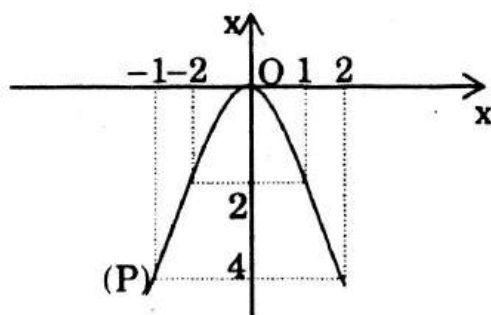
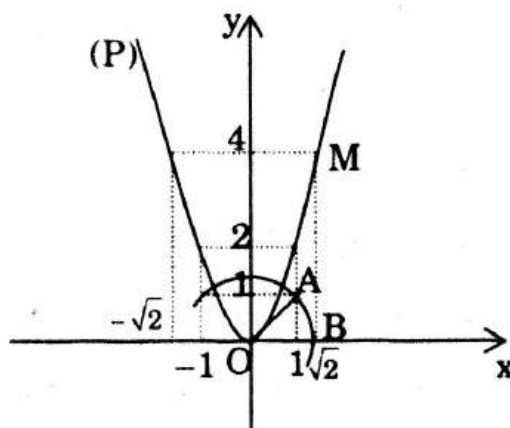
Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

A. ☐ Hàm số  $y = -2x|x|$  xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$

B. ☐ Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến khi  $x < 0$

C. ☐ Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến khi  $x > 0$

D. ☐ Đồ thị (P) của hàm số  $y = f(x) = -2x|x|$  là:



## ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Câu | D | A | × | C | B | A | D | B | C | ×  |

### Vấn đề 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

#### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

**\* Định nghĩa**

Phương trình bậc hai một ẩn là phương trình có dạng  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $x$  là ẩn số;  $a, b, c$  là những số cho trước gọi là hệ số và  $a \neq 0$

a)  $2x^2 - x + 5 = 0$  ( $a = 2$ ;  $b = -1$ ;  $c = 5$ )

b)  $-3x^2 + 4x = 0$  ( $a = -3$ ;  $b = 4$ ;  $c = 0$ )

c)  $(2 - x)(2 + x) = 0 \Leftrightarrow 4 - x^2 = 0$  ( $a = -1$ ;  $b = 0$ ;  $c = 4$ )

d)  $5x^2 = 0$  ( $a = 5$ ;  $b = c = 0$ )

#### B. BÀI TẬP

1. Hãy viết các phương trình sau dưới dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  rồi xác định các hệ số  $a, b, c$  của mỗi phương trình :

•  $x^2 + 3 = 4x = m$

•  $\sqrt{3}x - 4\sqrt{3} = x^2 + 1$

•  $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{2}) = 0$

•  $\left(2x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$

Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $x^2 + 3 = 4x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 - m = 0$

trong đó :  $a = 1$ ;  $b = -4$ ;  $c = 3 - m$

B.  $\sqrt{3}x - 4\sqrt{3} = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - \sqrt{3}x + 4\sqrt{3} + 1 = 0$

trong đó:  $a = 1$ ;  $b = -\sqrt{3}$  ;  $c = 4\sqrt{3} + 1$

C.  $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \sqrt{3}x - \sqrt{10} = 0$

trong đó:  $a = 1$ ;  $b = -\sqrt{3}$ ;  $c = -\sqrt{10}$

D.  $\left(2x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - \frac{3}{4} = 0$  trong đó  $a = 4$ ;  $b = 0$ ;  $c = -\frac{3}{4}$

2. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Phương trình  $x^2 - 9 = 0$  có nghiệm là  $x = 3$

B. Phương trình  $5x^2 - 125 = 0$  có nghiệm là  $x = 5$

C. Phương trình  $-3x^2 - 12 = 0$  có nghiệm là  $x = \pm 2$

D. A), B), C) đều sai

3. Khẳng định nào sau đây sai ?

A. Nghiệm của phương trình  $x^2 + 5x = 0$  là:  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = -5$

B. Nghiệm của phương trình  $2x^2 + \frac{1}{3}x = 0$  là:  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = -\frac{1}{6}$

C. Nghiệm của phương trình  $-3x^2 + \sqrt{18}x = 0$  là:  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = -\sqrt{3}$

D. Nghiệm của phương trình  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})x^2 - (5 + 2\sqrt{6})x = 0$  là :  
 $x_1 = 0$ ;  $x_2 = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

4. Cho bốn phương trình :

- $(x^2 + 1)^2 - 3x^3 = 0$  (1)
- $(-2x^2)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 0$  (2) với  $x \neq 0$
- $(x + 3)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$  (3)
- $(4x + 5)(4x - 5) = 0$  (4)

Phương trình nào trong 4 phương trình trên là phương trình bậc hai một ẩn?

A. (1) và (2)      B. (3) và (4)      C. (1) và (3)      D. (2) và (4)

\* **Biến đổi vế trái thành dạng tích rồi tìm tập nghiệm của các phương trình :**

- $x^2 - 8x + 16 = 0$  (1)
- $x^2 - 7x + 6 = 0$  (2)
- $3x^2 + 5x - 9 = 0$  (3)
- $6x^2 + 10x + 5 = 0$  (4)

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các bài 5, 6, 7, 8

5. Tập nghiệm của phương trình  $x^2 - 8x + 16 = 0$  là:

A.  $S = \{4\}$       B.  $S = [-4; 4]$       C.  $S = [-2; 4]$       D.  $S = \emptyset$

6. Tập nghiệm của phương trình  $x^2 - 7x + 6 = 0$  là:

A.  $S = \{-2; 3\}$       B.  $S = [-1; 5]$       C.  $S = \{1; 6\}$       D.  $S = \emptyset$

7. Tập nghiệm của phương trình  $x^2 + 2x - 5 = 0$  là:

A.  $S = \{-3; 5\}$       B.  $S = \{-5; 1\}$       C.  $S = \{-9; -1\}$       D.  $S = \emptyset$

8. Tập nghiệm của phương trình  $x^2 - 10x + 28 = 0$  là:

A.  $S = \left\{0; -\frac{1}{4}\right\}$       B.  $S = \left\{-2; \frac{2}{3}\right\}$       C.  $S = \mathbb{R}$       D.  $S = \emptyset$

9. Tìm số nghiệm của phương trình  $\left(x - \frac{2}{5}\right)(x^2 + 2x + 3) = 0$

A. 1 nghiệm

B. 2 nghiệm

C. 3 nghiệm

D. A), B), C) đều sai

10. Biến đổi vế trái của phương trình  $x^2 - 4x + 4 - 9(x^2 + 4x + 4) = 0$  thành tích rồi tìm tập nghiệm của phương trình này.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $S = \{-1; 4\}$       B.  $S = \{2; 3\}$       C.  $S = \{-4; -1\}$       D.  $S = \emptyset$

### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Câu | C | D | C | B | A | C | B | D | A | C  |

## Vấn đề 4. CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### ❖ Công thức chung

Phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  (1)

- Biệt thức  $\Delta = b^2 - 4ac$

- Nếu  $\Delta > 0$  thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} ; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Nếu  $\Delta = 0$  thì phương trình (1) có nghiệm kép:  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Nếu  $\Delta < 0$  thì phương trình (1) vô nghiệm.

\* **Chú ý :** Nếu các hệ số  $a$  và  $b$  trái dấu thì biệt thức  $\Delta$  luôn luôn dương. Phương trình bao giờ cũng có hai nghiệm phân biệt

#### \* Công thức nghiệm thu gọn:

Phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  với  $b$  là số chẵn  $b = 2b'$ , ta có:

- \* Biệt thức  $\Delta' = b'^2 - ac$

- Nếu  $\Delta' > 0$  thì phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} ; x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$$

- Nếu  $\Delta' = 0$  thì phương trình có nghiệm kép:  $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$

- Nếu  $\Delta < 0$  thì phương trình vô nghiệm

## B. BÀI TẬP

\* Dùng công thức nghiệm để giải các phương trình sau :

•  $2x^2 - 9x - 5 = 0$  (1)

•  $x^2 - 2\sqrt{15}x + 15 = 0$  (2)

•  $5x^2 + 3x + 1 = 0$  (3)

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các bài 1, 2, 3

1. Nghiệm của phương trình (1) là:

A.  $x_1 = -3; x_2 = \frac{1}{2}$

B.  $x_1 = 5; x_2 = -\frac{1}{2}$

C.  $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = -4$

D.  $x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{6}$

2. Nghiệm của phương trình (2) là:

A.  $x_1 = -0; x_2 = \frac{\sqrt{5}}{6}$

B.  $x_1 = 1; x_2 = \sqrt{5} - 1$

C.  $x_1 = x_2 = 1$

D.  $x_1 = x_2 = \sqrt{5}$

3. Nghiệm của phương trình (3) là:

A. Vô nghiệm

B.  $x_1 = x_2 = -\frac{3}{5}$

C.  $x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{5}$

D.  $x_1 = -2; x_2 = \frac{3}{5}$

\* Dùng công thức nghiệm thu gọn để tìm tập nghiệm của các phương trình sau đây:

•  $3x^2 - 4x + 1 = 0$

•  $0,3x^2 + 0,8x - 0,5 = 0$

•  $\sqrt{3}x^2 - 6x + 19 = 0$

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các bài 4, 5, 6.

4. Tập nghiệm của phương trình  $3x^2 - 4x + 1 = 0$  là:

A.  $S = \left\{\frac{1}{2}; -1\right\}$     B.  $S = \left\{-1; \frac{1}{4}\right\}$     C.  $S = \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$     D.  $S = \emptyset$

5. Tập nghiệm của phương trình  $0,3x^2 + 0,8x + 0,5 = 0$  là:

A.  $S = \left\{-3; \frac{1}{4}\right\}$     B.  $S = \left\{-\frac{5}{3}; -1\right\}$

C.  $S = \left\{-3; \frac{5}{3}\right\}$     D.  $S = \emptyset$

6. Tập nghiệm của phương trình  $\sqrt{3}x^2 - 6x + 19 = 0$  là:

A.  $S = \{0\}$     B.  $S = \{-1; 1\}$     C.  $S = \{\sqrt{3}; \sqrt{19}\}$     D.  $S = \emptyset$

7. Giải phương trình  $(m - 1)x^2 - mx + 1 = 0$  với  $m$  là tham số và  $m \neq 1$  ta được nghiệm của phương trình là :

- A.  $x_1 = \frac{1}{m}$  ;  $x_2 = m - 1$                       B.  $x_1 = 1$  ;  $x_2 = \frac{1}{m - 1}$   
 C.  $x_1 = m - 1$  ;  $x_2 = \frac{1}{m + 1}$                       D.  $x_1 = \frac{1}{m - 1}$  ;  $x_2 = 2$

8. Cho phương trình  $(m - 2)x^2 - 2(m - 4)x + m + 2 = 0$  (\*) (với  $m$  là tham số và  $m \neq 2$ )

Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\Delta' = -8m + 20$   
 B. Nếu  $m > \frac{5}{2}$  thì phương trình (\*) vô nghiệm  
 C. Nếu  $m < \frac{5}{2}$  thì phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt  
 D. Nếu  $m = \frac{5}{2}$  thì phương trình (\*) có nghiệm kép là  $x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}$

9. Cho phương trình:  $2x^2 - (1 + 2\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$

Bạn Hòa đã giải phương trình trên như sau:

Bước 1:  $\Delta = [-(1 + 2\sqrt{2})]^2 - 4.2.\sqrt{2} = (1 - 2\sqrt{2})^2$

Bước 2:  $\sqrt{\Delta'} = \sqrt{(1 - 2\sqrt{2})^2} = 1 - 2\sqrt{2}$

Bước 3: Phương trình có hai nghiệm:  $x_1 = \frac{1}{2}$  ;  $x_2 = 2$

Theo em bạn Hoà giải đúng hay sai ? Nếu sai thì sai từ bước nào.

- A. Đúng                      B. Sai từ bước 1   C. Sai từ bước 2   D. Sai từ bước 3

10. Cho phương trình  $(1 - \sqrt{5})x^2 - 2\sqrt{5}x - (1 + \sqrt{5}) = 0$  (\*)

Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = -1$  ;  $x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}}$   
 B. Phương trình (\*) có nghiệm kép:  $x_1 = x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}}$   
 C. Phương trình (\*) vô nghiệm  
 D. A), B), C) đều sai

### ĐÁP ÁN

| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Câu | B | D | A | C | B | D | B | D | C | A  |

## Vấn đề 5. HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### ❖ Định lí Vi-ét

$x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ), ta có :

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} & (\text{tổng hai nghiệm}) \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} & (\text{tích hai nghiệm}) \end{cases}$$

#### ❖ Ứng dụng

**Có hai trường hợp đặc biệt:**

- Nếu  $a + b + c = 0$  thì phương trình (\*) có hai nghiệm:

$$x_1 = 1; x_2 = -\frac{c}{a}.$$

- Nếu  $a - b + c = 0$  thì phương trình (\*) có hai nghiệm:

$$x_1 = -1; x_2 = \frac{c}{a}.$$

#### ❖ Tìm hai số biết tổng và tích của chúng

**Định lí**

Giả sử hai số  $u$  và  $v$  có  $\begin{cases} u + v = S \\ u \cdot v = P \end{cases}$  thì  $u$  và  $v$  là nghiệm của phương

trình  $x^2 - Sx + P = 0$  (điều kiện để có  $u$  và  $v$  là:  $S^2 - 4P \geq 0$ )

### B. BÀI TẬP

1. Cho phương trình  $2x^2 + 7x - 4 = 0$

Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $\Delta = 81$

B.  $x_1 + x_2 = -\frac{7}{2}$

C.  $x_1 \cdot x_2 = 2$

D. A), B) đúng; C) sai

2. Cho phương trình  $5x^2 - 8x + 4 = 0$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\Delta' = 4$

B.  $x_1 + x_2 = \frac{8}{5}$

C.  $x_1 \cdot x_2 = \frac{4}{5}$

D. A), B), C) đều sai

3. Cho phương trình  $x^2 - 4x + 2m = 0$  ( $m$  là tham số)  
 Tìm giá trị của  $m$  để phương trình có nghiệm, rồi tính tổng và tích các nghiệm theo  $m$ . Khẳng định nào sau đây sai?
- A.  $\Delta' = 4 - 2m$   
 B. Nếu  $m = 3$  ta có  $x_1 + x_2 = 4$ ,  $x_1 \cdot x_2 = 6$   
 C. Nếu  $m = -3$  ta có  $x_1 + x_2 = 4$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -6$   
 D. Nếu  $m = 2$  ta có  $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$
4. Cho phương trình  $2x^2 - 2(m + 2)x + m = 0$  ( $m$  là tham số)  
 Khẳng định nào sau đây sai?
- A. Biệt thức  $\Delta' \geq 0$  với mọi  $m$  thuộc  $\mathbb{R}$   
 B. Tổng hai nghiệm:  $x_1 + x_2 = m + 2$   
 C. Tích hai nghiệm:  $x_1 x_2 = \frac{m}{2}$   
 D. Nếu  $m = 0$  thì phương trình có hai nghiệm là:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$
5. Dùng điều kiện  $a + b + c = 0$  hoặc  $a - b + c = 0$  để tính nhẩm nghiệm của mỗi phương trình sau:
- $-38x^2 - 4x - 3 = 0$  (1)
  - $1,38x^2 + 5,9x + 4,52 = 0$  (2)
  - $(3 - \sqrt{5})x^2 + 2\sqrt{5}x - (3 + \sqrt{5}) = 0$  (3)
- Điền vào chỗ trống (...) để được khẳng định đúng :
- A. Nghiệm của phương trình (1) là :  $x_1 = \dots$  ;  $x_2 = \dots$   
 B. Nghiệm của phương trình (2) là :  $x_1 = \dots$  ;  $x_2 = \dots$   
 C. Nghiệm của phương trình (3) là :  $x_1 = \dots$  ;  $x_2 = \dots$
6. Để phương trình  $2x^2 + (k + 3)x - 4k + 2 = 0$  có một nghiệm bằng  $-1$  thì giá trị của  $k$  bằng:
- A. 0                      B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{5}$                       D.  $\frac{1}{4}$
7. Tìm hai số  $u$  và  $v$ , biết  $u + v = 45$  và  $uv = 500$
- A.  $u = 19$ ,  $v = 26$  hoặc  $u = 26$ ;  $v = 19$   
 B.  $u = 20$ ,  $v = 25$  hoặc  $u = 25$ ;  $v = 20$   
 C.  $u = 28$ ,  $v = 17$  hoặc  $u = 17$ ;  $v = 28$   
 D. A), B), C) đều sai
8. Tìm hai số  $a$  và  $b$ , biết  $a + b = -9$ ,  $ab = 18$
- A.  $a = 4$ ,  $b = 5$  hoặc  $a = 5$ ,  $b = 4$   
 B.  $a = 3$ ,  $b = 6$  hoặc  $a = 6$ ,  $b = 3$   
 C.  $a = -3$ ,  $b = -6$  hoặc  $a = -6$ ,  $b = -3$   
 D.  $a = -3$ ,  $b = 6$  hoặc  $a = 6$ ,  $b = -3$

9. Tìm hai số  $m$  và  $n$  biết  $m - n = 14$ ,  $mn = 51$
- A.  $m = -20$ ,  $n = -4$  hoặc  $m = -4$ ,  $n = -20$   
 B.  $m = 19$ ,  $n = 5$  hoặc  $m = -5$ ,  $n = -19$   
 C.  $m = 17$ ,  $n = 3$  hoặc  $m = -8$ ,  $n = -17$   
 D.  $m = 17$ ,  $n = 3$  hoặc  $m = -3$ ,  $n = -17$
10. Cho phương trình  $x^2 - 2kx - 5 = 0$  có hai nghiệm là  $x_1$  và  $x_2$ . Hãy lập phương trình có hai nghiệm là hai số  $\frac{1}{x_1}$  và  $\frac{1}{x_2}$
- A.  $5x^2 + 2kx - 1 = 0$                       B.  $5x^2 - 2kx - 5 = 0$   
 C.  $-x^2 + 2x + 5k = 0$                       D. A), B), C) đều sai

### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |          |   |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|---|----------|---|---|---|---|----|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5        | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Câu | C | D | B | A | $\times$ | C | B | C | D | A  |

## Vấn đề 6.

# PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

## A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

### 1 Phương trình trùng phương $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ( $a \neq 0$ )

- Đặt  $t = x^2$  (điều kiện  $t \geq 0$ ), ta có phương trình  $at^2 + bt + c = 0$  (\*)
- Giải (\*) rồi chọn nghiệm  $t \geq 0$ , lúc đó  $x = \pm\sqrt{t}$

### 2 Phương trình chứa ẩn ở mẫu thức

Khi giải phương trình chứa ẩn ở mẫu thức, ta làm như sau :

- Bước 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình.
- Bước 2. Quy đồng mẫu thức hai vế rồi khử mẫu thức.
- Bước 3. Chọn nghiệm thỏa mãn điều kiện ở bước 1 và kết luận.

### 3 Phương trình tích

Phương trình được biến đổi về dạng  $A.B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

## B. BÀI TẬP

1. Nghiệm của phương trình:  $(x + 2)^2 - 9x + 3 = (2 - x)(2 + x)$  là:

A.  $x_1 = -1; x_2 = 3$

B.  $x_1 = 1; x_2 = 1,5$

C.  $x_1 = 2; x_2 = 1,5$

D. Vô nghiệm

2. Nghiệm của phương trình  $x(x^2 - 6) - (x - 2)^2 = (x + 1)^3 + 4x$  là:

A.  $x_1 = -1; x_2 = -5$

B.  $x_1 = 2; x_2 = -4$

C.  $x_1 = -1; x_2 = \frac{4}{5}$

D.  $x_1 = -1; x_2 = -\frac{5}{4}$

3. Nghiệm của phương trình  $(x + 1)^3 + 0,5x^2 = x(x^2 + 1,5)$  là :

A. Vô nghiệm

B.  $x_1 = x_2 = \frac{3}{5}$

C.  $x_1 = -1; x_2 = \frac{2}{5}$

D.  $x_1 = 2; x_2 = 5$

4. Nghiệm của phương trình  $\frac{x(x-3)}{4} - 1 = \frac{0,5x}{3} = \frac{x+1}{2}$  là:

A.  $x_1 = -1,5; x_2 = -3$

B.  $x_1 = 0; x_2 = -3$

C.  $x_1 = -3; x_2 = \frac{5}{3}$

D. Vô nghiệm

5. Để tìm tập nghiệm của phương trình  $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$  (\*)

Bạn Phương đã làm như sau :

Bước 1: ĐK:  $x \neq \pm 1$  và MTC =  $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$

Bước 2: (\*)  $\Leftrightarrow x(x - 1) + x(x + 1) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x + x^2 + x - 2 = 0$   
 $\Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bước 3: Vậy tập nghiệm của phương trình (\*) là:  $S = \{1\}$

Theo em, bạn Phương làm đúng hay sai ? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng

B. Sai từ bước 1

C. Sai từ bước 2

D. Sai từ bước 3

6. Tập nghiệm của phương trình :  $\frac{2}{x+2} - \frac{5}{x-5} + \frac{9}{10} = 0$  là:

A.  $S = \left\{3\frac{2}{3}; 3\frac{1}{4}\right\}$

B.  $S = \left\{-3\frac{1}{3}; 9\frac{2}{3}\right\}$

C.  $S = \left\{1\frac{1}{9}; 2\frac{1}{5}\right\}$

D.  $S = \emptyset$

7. Tập nghiệm của phương trình  $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$  là:

A.  $S = \{-3; \pm\sqrt{2}\}$  B.  $S = \{-2; \pm\sqrt{3}\}$  C.  $S = \{\sqrt{2}; \pm\sqrt{3}\}$  D.  $S = \emptyset$

8. Tập nghiệm của phương trình  $2x^3 - 12x^2 + 18x = 0$  là:  
 A.  $S = \{1; 2\}$       B.  $S = \{0; -4\}$       C.  $S = \{0; 3\}$       D.  $S = \emptyset$
9. Tập nghiệm của phương trình  $5x^4 - 2x^2 + 16 = 22 - x^2$   
 A.  $S = \emptyset$       B.  $S = \left\{0; \frac{\sqrt{6}}{5}\right\}$   
 C.  $S = \{\sqrt{6}; -\sqrt{5}\}$       D.  $S = \left\{-\frac{\sqrt{30}}{5}; \sqrt{\frac{30}{5}}\right\}$
10. Cho phương trình  $4x^2 - 19x + 11 = 0$  (\*). Không giải phương trình. Hãy cho biết khẳng định nào sau đây đúng?  
 A. Phương trình (\*) có hai nghiệm dương  
 B. Phương trình (\*) có hai nghiệm âm  
 C. Phương trình (\*) có một nghiệm dương  
 D. Phương trình (\*) có hai nghiệm bằng nhau

### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Câu | B | D | A | C | C | B | A | C | D | A  |

## Vấn đề 7.

### GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

#### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Khi giải bài toán bằng cách lập phương trình ta làm như sau :

- \* **Bước 1: Lập phương trình**
  - Chọn ẩn và tìm điều kiện cho ẩn đó.
  - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn nói trên.
  - Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.
- \* **Bước 2: Giải phương trình ở bước 1**
- \* **Bước 3: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình thì nghiệm nào thích hợp với bài toán và kết luận**

Ví dụ 1:

Tích của hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 109.  
Tìm hai số đó.

- **Bước 1** Lập phương trình
    - Gọi hai số tự nhiên liên tiếp là  $x$  và  $x + 1$  (điều kiện  $x \in \mathbb{N}$ )
    - Tích của  $x$  và  $x + 1$  là  $x(x + 1)$
    - Tổng của  $x$  và  $x + 1$  là  $x + (x + 1) = 2x + 1$
  - Theo đề bài ta có  $x(x + 1) - (2x + 1) = 109 \Leftrightarrow x^2 - x - 110 = 0$  (1)
  - **Bước 2** Giải phương trình (1) ta có  $x = 11$  ;  $x = -10$ .
  - **Bước 3** Theo điều kiện đã nêu ở bước 1, ta chọn  $x = 11$ .
- Kết luận:** Hai số phải tìm là 11 và 12.

## B. BÀI TẬP

1. Tổng hai chữ số của một số bằng 13. Nếu ta cộng thêm 34 vào tích hai chữ số đó thì được số đảo ngược lại. Số đó là:  
A. 52                      B. 61                      C. 67                      D. 73
2. Tìm ba cạnh của một tam giác vuông. Biết chu vi là 36m và tổng bình phương ba cạnh là 450.  
Câu trả lời nào sau đây đúng?  
A. 9cm, 12cm, 15cm                      B. 7cm, 13cm, 22cm  
C. 10cm, 14cm, 18cm                      D. Một kết quả khác
3. Người ta muốn trồng thành hàng ngang và hàng dọc 324 cây đào trong một khu vườn hình chữ nhật ABCD có chiều dài 140m và chiều rộng 32m. Các hàng cách đều nhau (ngang cũng như dọc). Về hàng ngang : hàng đầu ở trên cạnh AB và hàng cuối ở trên cạnh CD. Về hàng dọc : hàng đầu ở trên AD và hàng cuối ở trên BC.  
Khoảng cách giữa hai hàng liên tiếp bằng :  
A. 3m                      B. 4m                      C. 5m                      D. 6m
4. Một ô tô đi từ Tp.Hồ Chí Minh đến Biên Hòa cách nhau 30km. Ô tô đi được 12km thì có một người từ Biên Hòa đi xe đạp về Tp.Hồ Chí Minh. Ô tô đến Biên Hòa nghỉ 18 phút rồi trở về Tp.Hồ Chí Minh với vận tốc bằng lần đi và về được nửa giờ thì xe đạp mới đến. Tính vận tốc của ô tô. Biết rằng ô tô đi nhanh hơn xe đạp mỗi giờ 25km.  
Khẳng định nào sau đây đúng ?  
A. 36km/h                      B. 38km/h                      C. 40km/h                      D. 44km/h

- i. Có hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn. Nếu vòi thứ nhất chảy đầy nửa bể thì ngưng lại để cho vòi thứ hai chảy đầy nửa bể còn lại. Như thế thì tổng thời gian của hai vòi chảy đầy bể là 25 giờ. Nếu hai vòi cùng chảy thì chỉ 12 giờ nước đầy bể. Hỏi nếu một mình thì mỗi vòi phải chảy mất bao nhiêu lâu mới đầy bể. Biết rằng thời gian vòi thứ nhất chảy đầy bể nhiều hơn vòi thứ hai.

Câu trả lời nào sau đây đúng?

- A. Vòi I: 20 giờ; Vòi II: 38 giờ  
 B. Vòi I: 24 giờ; Vòi II: 16 giờ  
 C. Vòi I: 28 giờ; Vòi II: 21 giờ  
 D. Vòi I: 30 giờ; Vòi II: 20 giờ

### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Câu | C | A | B | C | D |

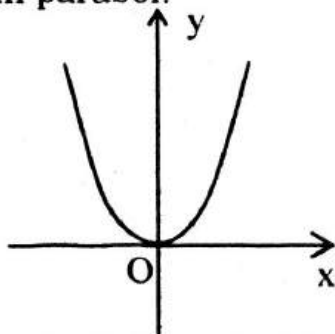
## ÔN TẬP CHƯƠNG IV

### A. TÓM TẮT CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### Hàm số $y = ax^2$ ( $a \neq 0$ )

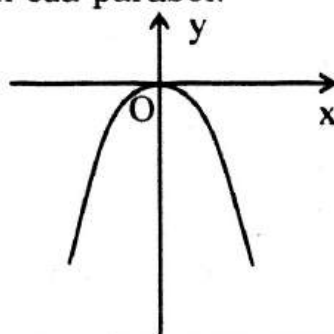
##### $a > 0$

- Hàm số đồng biến khi  $x > 0$ .  
Hàm số nghịch biến khi  $x < 0$ .
- $y = 0$  là giá trị nhỏ nhất của hàm số (khi  $x = 0$ ).
- Đồ thị là parabol nằm phía trên trục hoành, nhận trục tung làm trục đối xứng, gốc tọa độ O là đỉnh parabol.



##### $a < 0$

- Hàm số nghịch biến khi  $x > 0$ .  
Hàm số đồng biến khi  $x < 0$ .
- $y = 0$  là giá trị lớn nhất của hàm số (khi  $x = 0$ ).
- Đồ thị là parabol nằm phía dưới trục hoành, nhận trục tung làm trục đối xứng, gốc tọa độ O là đỉnh của parabol.



| Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ( $a \neq 0$ ) |                                                                                                                       |                                      |                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\Delta = b^2 - 4ac$                                    |                                                                                                                       | $\Delta' = b'^2 - 4ac$ ( $b = 2b'$ ) |                                                                                                                         |
| $\Delta > 0$                                            | Phương trình có 2 nghiệm phân biệt :<br>$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ ; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ | $\Delta' > 0$                        | Phương trình có 2 nghiệm phân biệt :<br>$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$ ; $x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$ |
| $\Delta = 0$                                            | Phương trình có nghiệm kép<br>$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$                                                             | $\Delta' = 0$                        | Phương trình có nghiệm kép<br>$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$                                                               |
| $\Delta < 0$                                            | Phương trình vô nghiệm                                                                                                | $\Delta' < 0$                        | Phương trình vô nghiệm                                                                                                  |

### Hệ thức Vi-ét và ứng dụng

Khi phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  ta có :

**\* Hệ thức Vi-ét**

- Tổng hai nghiệm  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  • Tích hai nghiệm  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

**\* Ứng dụng**

- Biết  $u + v = S$  và  $u \cdot v = P$ ,  $u$  và  $v$  là nghiệm của phương trình  $X^2 - SX + P = 0$  (điều kiện để phương trình có nghiệm là  $S^2 - 4P \geq 0$ ).
- Nếu  $a + b + c = 0$  thì phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) có hai nghiệm  $x_1 = 1$  ;  $x_2 = \frac{c}{a}$ .
- Nếu  $a - b + c = 0$  thì phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) có hai nghiệm  $x_1 = -1$  ;  $x_2 = -\frac{c}{a}$ .

## B. BÀI TẬP

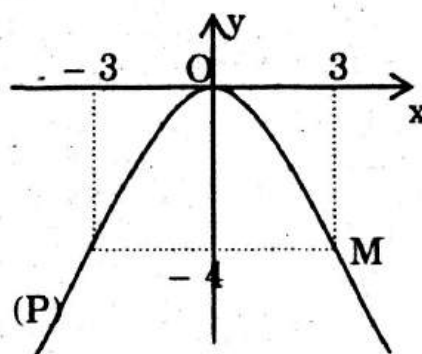
1. Parabol (P) trong hình bên là đồ thị của hàm số:

A.  $y = -\frac{3}{4}x^2$

B.  $y = -\frac{4}{3}x^2$

C.  $y = -\frac{9}{4}x^2$

D.  $y = -\frac{4}{9}x^2$



- . Cho hàm số  $y = ax^2$  và  $y = -3x + 1$ . Tính giá trị của hệ số  $a$ . Biết rằng đồ thị của hai hàm số trên cắt nhau tại điểm  $M$  có hoành độ  $x_M = -2$

A.  $a = \frac{7}{4}$                       B.  $a = \frac{3}{7}$                       C.  $a = \frac{5}{4}$                       D.  $a = \frac{-10}{3}$

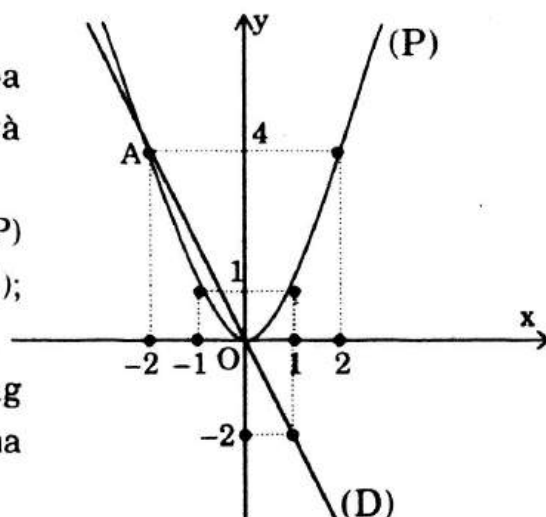
- . Cho phương trình  $x^2 - 2x = 0$  (\*).

Bạn Tâm đã giải phương trình này bằng phương pháp đồ thị như sau :

Bước 1: Nghiệm của phương trình (\*) là hoành độ giao điểm hai đồ thị của hai hàm số  $y = x^2$  và  $y = -2x$

Bước 2: Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, vẽ đồ thị của hai hàm số  $y = x^2$  và  $y = -2x$

- Đồ thị của hàm số  $y = x^2$  là parabol (P) đi qua các điểm  $(-2; 4)$ ;  $(-1; 1)$ ;  $(0; 0)$ ;  $(1; 1)$ ;  $(2; 4)$
- Đồ thị của hàm số  $y = -2x$  là đường thẳng (D) đi qua gốc tọa độ và qua điểm  $(1; -2)$



Nhận xét : Trên đồ thị ta thấy (P) và (D) cắt nhau tại hai điểm  $O$  và  $A$  có hoành độ là  $x_0 = 0$  và  $x_A = -2$

Bước 3: Kết luận: Vậy phương trình (\*) có hai nghiệm:  $x_1 = 0$  ;  $x_2 = -2$   
Theo em, bạn Tâm làm đúng hay sai. Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Đúng                                      B. Sai từ bước 1  
C. Sai từ bước 2                              D. Sai ở bước 3

- . Cho parabol (P) :  $y = ax^2$  và đường thẳng (D) :  $y = x + 1$ . Xác định  $a$  để (P) và (D) tiếp xúc nhau.

A.  $a = -4$                       B.  $a = -\frac{1}{3}$                       C.  $a = \frac{2}{3}$                       D.  $a = -\frac{1}{4}$

- . Cho phương trình  $mx^2 - (4m - 1)x + 4m = 0$  ( $m \neq 0$ ) (\*)

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt thì  $m < \frac{1}{8}$   
B. Nếu phương trình (\*) có nghiệm kép thì  $m = \frac{1}{8}$  và nghiệm kép đó là  $x_1 = x_2 = -2$   
C. Nếu phương trình (\*) vô nghiệm thì  $m > \frac{1}{8}$   
D. A), B), C) đều đúng

6. Cho phương trình  $x^2 - 2(m - 3)x - 2m = 0$  ( $m$  là tham số). Xác định  $m$  để các nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình nghiệm đúng hệ thức  $x_1 \cdot x_2 = 2(x_1 + x_2)$   
**A.**  $m = 0$                       **B.**  $m = -1$                       **C.**  $m = 2$                       **D.**  $m = -4$
7. Gọi  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình  $3x^2 + 8x + 5 = 0$ . Không giải phương trình, tính  $x_1^2 + x_2^2$   
**A.**  $x_1^2 + x_2^2 = 4\frac{5}{9}$                       **B.**  $x_1^2 + x_2^2 = 3\frac{7}{9}$   
**C.**  $x_1^2 + x_2^2 = -2\frac{1}{9}$                       **D.** A), B), C) đều sai
8. Tập nghiệm của phương trình  $\frac{2x-1}{x-1} - \frac{2x-3}{x-2} + \frac{1}{6} = 0$  là :  
**A.**  $S = \{-1; 4\}$                       **B.**  $S = \{1; -4\}$                       **C.**  $S = \{2; -3\}$                       **D.**  $S = \emptyset$
9. Tính hai cạnh của một hình chữ nhật biết rằng chu vi là 86cm và diện tích là  $450\text{cm}^2$ .  
 Câu trả lời nào sau đây đúng ?  
**A.** 16cm, 27cm                      **B.** 14cm, 29cm  
**C.** 18cm, 25cm                      **D.** Một kết quả khác
10. Tính hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông. Cho biết độ dài cạnh huyền là 13cm và diện tích là  $30\text{cm}^2$ .  
 Câu trả lời nào sau đây đúng?  
**A.** 6cm, 10cm                      **B.** 3cm, 20cm                      **C.** 4cm, 15cm                      **D.** 5cm, 12cm
11. Hai tỉnh A và B cách nhau 171km. Một mô tô khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc không đổi. Đi được 2 giờ mô tô nghỉ nửa giờ rồi lại tiếp tục đi đến B với vận tốc tăng thêm 7km/h so với vận tốc lúc đầu. Đến B, mô tô nghỉ thêm nửa giờ rồi quay về A và tăng thêm vận tốc 1km/h. Tính ra cả đi và về hết 10 giờ 30 phút. Tính vận tốc lúc đầu của mô tô.  
 Câu trả lời nào sau đây đúng?  
**A.** 28km/h                      **B.** 30km/h                      **C.** 34km/h                      **D.** 40km/h
12. Một vòi nước chảy vào một bể nước có dung tích là 270 lít. Nếu mở thêm vòi đó chảy vào bể thêm 1 lít nước thì thời gian cần thiết để làn đầy bể sẽ giảm được 45 giây. Hỏi trong mỗi giây, vòi chảy vào bể được bao nhiêu lít nước.  
 Câu trả lời nào sau đây đúng?  
**A.** 2 lít                      **B.** 4 lít                      **C.** 5 lít                      **D.** 6 lít

### ĐÁP ÁN

| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Câu | D | A | B | D | D | C | B | A | C | D  | B  | A  |

# HƯỚNG DẪN GIẢI

## 1. HÀM SỐ $y = ax^2$ ( $a \neq 0$ )

..(B) Nếu R tăng gấp 5 lần thì S tăng gấp 25 lần:  $S = \pi(5R)^2 = 25\pi R^2$

l.(D) Hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{3}x^2$  có dạng  $y = ax^2$  ( $a = \frac{1}{3} > 0$ )

Do đó:

- Hàm số xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$
- Hàm số đồng biến khi  $x > 0$ , nghịch biến khi  $x < 0$

l.(B) Hàm số  $y = f(x) = -\frac{1}{4}x^2$  có dạng  $y = ax^2$  ( $a = -\frac{1}{4} < 0$ )

Do đó:

- Hàm số xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$
- Hàm số có giá trị lớn nhất  $y = 0$  khi  $x = 0$
- Nếu  $y = -1$  thì  $-\frac{1}{4}x^2 = -1 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

l.(D) Ta có:  $y = f(x) = -2x^2 + \frac{1}{3}$

$$\text{A. } y = f(0) = (-2).0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{B. } y = f(-1) = (-2)(-1)^2 + \frac{1}{3} = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$\text{C. } y = f(2) = (-2).2^2 + \frac{1}{3} = -8 + \frac{1}{3} = -\frac{23}{3}$$

l.(A) Ta có:  $y = f(x) = \frac{1}{6}x^2$  có dạng  $y = ax^2$  ( $a = \frac{1}{6} > 0$ )

A. ☐ S Hàm số có giá trị nhỏ nhất  $y = 0$  khi  $x = 0$

B. ☐ D Hàm số nghịch biến khi  $x < 0$

C. ☐ D Nếu  $x = -3$  thì  $y = \frac{1}{6}(-3)^2 = \frac{3}{2} = 1,5$

D. ☐ S Nếu  $y = -3$  thì  $x^2 = -18$  không tồn tại  $x$

l.(A) Hàm số  $y = \left(3 - \frac{1}{2}m\right)x^2$  có dạng  $ax^2$  ( $a = 3 - \frac{1}{2}m$ ) đồng biến khi  $x < 0$

nếu  $a < 0$  hay  $3 - \frac{1}{2}m < 0 \Leftrightarrow m > 6$

7. (B) Hàm số  $y = \frac{3}{m-1}x^2$  có dạng  $y = ax^2$  ( $a = \frac{3}{m-1}$ ) nghịch biến khi

$$x > 0 \text{ nếu } a < 0 \text{ hay } \frac{3}{m-1} < 0$$

$$\text{Vì } 3 > 0 \text{ nên } m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$$

8. (D) Hàm số  $y = \sqrt{m^2 - 4}x^2$  có dạng  $y = ax^2$  ( $a = \sqrt{m^2 - 4}$ ) nghịch

biến khi  $x < 0$  nếu  $a > 0$  hay  $\sqrt{m^2 - 4} > 0 \Rightarrow \sqrt{(m-2)(m+2)} > 0$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} m-2 < 0 \\ m+2 < 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m-2 > 0 \\ m+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m < -2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m > 2 \\ m > -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -2 \text{ hoặc } m > 2$$

9. (C) Theo đề bài ta có:  $f(m+1) = 3(m+1)^2 = 12$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 = 4 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1=0 \\ m+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-3 \end{cases}$$

10. (D) Hàm số  $y = \sqrt{\frac{-3}{m^2+1}}x^2$  ( $a = \sqrt{\frac{-3}{m^2+1}}$ )

Ta thấy  $\sqrt{\frac{-3}{m^2+1}}$  không được xác định

Vì  $-3 < 0$  và  $m^2 + 1 > 0$  với mọi  $m$  thuộc  $\mathbb{R}$  nên  $\frac{-3}{m^2+1} < 0$  với mọi  $m$

thuộc  $\mathbb{R}$

Vậy hàm số  $y = \sqrt{\frac{-3}{m^2+1}}x^2$  không xác định tại mọi điểm.

\* Ghi nhớ : Đối với hàm số  $y = ax^2$ , ta có:

- Nếu  $a > 0$  thì hàm số đồng biến khi  $x > 0$ , nghịch biến khi  $x < 0$
- Nếu  $a < 0$  thì hàm số đồng biến khi  $x < 0$ , nghịch biến khi  $x > 0$

## 2. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax^2$ ( $a \neq 0$ )

1. **(D)** Parabol (P) là đồ thị của hàm số có dạng  $y = ax^2$  (\*)

Trên đồ thị ta thấy điểm  $A(2; 2)$  thuộc (P) nên tọa độ của A nghiệm đúng  $y = ax^2$

$$(*) \Rightarrow 2 = a.2^2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}. \text{ Vậy (P) là đồ thị của hàm số } y = \frac{1}{2}x^2$$

2. **(A)** Làm tương tự bài 1, ta có (P) là đồ thị của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$

3.  $(P_1)$ ,  $(P_2)$ ,  $(P_3)$  và  $(P_4)$  là những đồ thị của hàm số có dạng  $y = ax^2$  (\*). Trên các đồ thị ta thấy:

- A. **[D]**  $A(1; 2) \in (P_1)$  nên từ (\*) suy ra:  $2 = a.1^2 \Leftrightarrow a = 2$

Vậy  $(P_1)$  là đồ thị của hàm số  $y = 2x^2$

- B. **[S]**  $B(-3; 3) \in (P_2)$  tương tự trên, ta có  $(P_2)$  là đồ thị của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^2$

- C. **[D]**  $C(2; -2) \in (P_3)$  suy ra  $(P_3)$  là đồ thị của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$

- D. **[S]**  $D(-2; -3) \in (P_4)$  suy ra  $(P_4)$  là đồ thị của hàm số  $y = -\frac{3}{4}x^2$

4. **(C)** Ta có  $y = \sqrt{2}x^2$  đồ thị là (P)

- $M(1; \sqrt{2}) \begin{cases} y_M = \sqrt{2} \\ \sqrt{2}.x_M^2 = \sqrt{2}.1^2 = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow y_M = \sqrt{2}.x_M^2. \text{ Do đó } M \in (P)$
- $N(\sqrt{3}; \sqrt{6}) \begin{cases} y_N = \sqrt{6} \\ \sqrt{2}.x_N^2 = \sqrt{2}.(\sqrt{3})^2 = 3\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow y_N \neq \sqrt{2}.x_N^2. \text{ Do đó } N \notin (P)$
- $E(-\sqrt{3}; 3\sqrt{2}) \begin{cases} y_E = 3\sqrt{2} \\ \sqrt{2}.x_E^2 = \sqrt{2}.(-\sqrt{3})^2 = 3\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow y_E = \sqrt{2}.x_E^2. \text{ Do đó } E \in (P)$
- $F(-\sqrt{2}; 4\sqrt{2}) \begin{cases} y_F = 4\sqrt{2} \\ \sqrt{2}.x_F^2 = \sqrt{2}.(-\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow y_F \neq \sqrt{2}.x_F^2. \text{ Do đó } F \notin (P)$

Vậy trong bốn điểm M, N, E, F chỉ có M và E thuộc parabol (P) của hàm số  $y = \sqrt{2}x^2$

5. **(B)** (P) đi qua  $I(\sqrt{3}; \sqrt{6})$  nên tọa độ của I nghiệm đúng  $y = (m-3)x^2$

$$\text{Ta có: } \sqrt{6} = (m-3)(\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow \sqrt{6} = 3m-9 \Leftrightarrow m = \frac{9+\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow m = 3 + \frac{\sqrt{6}}{3}$$

6. (A) Ta có: (P):  $y = -\frac{1}{2}x^2$  đi qua M có  $x_M = -2$

$$\Rightarrow y_M = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = -2$$

Tọa độ của M là  $(-2; -2)$

Do đó M' đối xứng với M qua trục tung có tọa độ là  $(2; -2)$

\* **Ghi nhớ:**

- Nếu hai điểm có hoành độ đối nhau và tung độ bằng nhau thì chúng đối xứng nhau qua trục tung và ngược lại.
- Nếu hai điểm có hoành độ bằng nhau và tung độ đối nhau thì chúng đối xứng nhau qua trục hoành và ngược lại
- Ta đã biết parabol (P):  $y = ax^2$  gồm hai nhánh bao giờ cũng đối xứng nhau qua trục tung.

Do vậy điểm M thuộc (P) thì điểm M' đối xứng của M qua trục tung cũng thuộc (P)

7. (D) Tọa độ giao điểm của (P) và (D) là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} y = x^2 & (1) \\ y = 2x & (2) \end{cases}$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow x^2 = 2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0$$

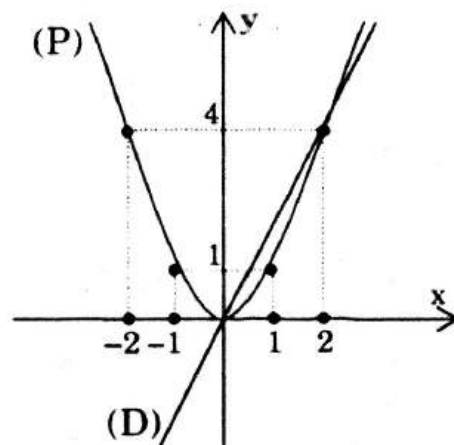
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

- Thay  $x = 0$  vào (1) ta có  $y = 0$

- Thay  $x = 2$  vào (1) ta có  $y = 4$

Nghiệm của hệ là:  $(x; y) = (0; 0)$  và  $(x; y) = (2; 4)$

Vậy (P) và (D) cắt nhau tại gốc tọa độ  $O(0; 0)$  và điểm thứ hai  $(2; 4)$



8. (B) Tọa độ giao điểm của (P) và (D) là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 & (1) \\ y = -3 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow -\frac{1}{2}x^2 = -3 \Leftrightarrow x^2 = 6 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$$

Nghiệm của hệ là:  $(x; y) = (\sqrt{6}; -3)$  và  $(x; y) = (-\sqrt{6}; -3)$

Vậy (P) và (D) cắt nhau tại hai điểm có tọa độ:  $(\sqrt{6}; -3)$  và  $(-\sqrt{6}; -3)$

9. **C** Lời giải của bài toán là:

- A. Vẽ đồ thị (P) trong mặt phẳng tọa độ Oxy
- B. Vẽ điểm A có tọa độ (1; 1)
- C. Vẽ cung tròn (O; OA) cắt trục Ox tại B
- D. Qua B vẽ đường thẳng vuông góc với Ox cắt (P) tại điểm M. Đó là điểm ta cần vẽ (Xem hình vẽ ở đề bài)

10. A. **Đ** Ta có:  $y = f(x) = -2x|x| = \begin{cases} -2x^2 & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x^2 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$

– Hàm số  $y = -2x^2$  xác định với mọi  $x \geq 0$

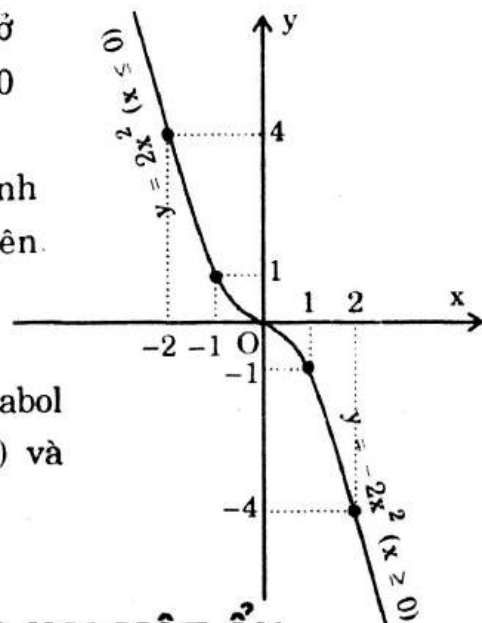
– Hàm số  $y = 2x^2$  xác định với mọi  $x \leq 0$

Vậy hàm số  $y = -2x|x|$  xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$

B. **S** Khi  $x < 0$ , hàm số đã cho trở thành  $y = f(x) = 2x^2$  có hệ số  $a = 2 > 0$  nên hàm số này nghịch biến

C. **Đ** Khi  $x > 0$ , hàm số đã cho trở thành  $y = f(x) = -2x^2$  có hệ số  $a = -2 < 0$  nên hàm số này nghịch biến

D. **S** Đồ thị của hàm số  $y = f(x) = -2x|x|$  gồm hai nhánh parabol của hai hàm số  $y = -2x^2$  (với  $x \geq 0$ ) và  $y = 2x^2$  (với  $x \leq 0$ ) được vẽ như sau:



### 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

1. **C** Ta có:  $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x\sqrt{2} - x\sqrt{5} - \sqrt{10} = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{5})x - \sqrt{10} = 0$$

Phương trình này có dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  trong đó  $a = 1$ ,  $b = \sqrt{2} - \sqrt{5}$ ,  $c = -\sqrt{10}$

2. **D**

A.  $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$

Vậy phương trình có hai nghiệm:  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = 3$

B.  $5x^2 - 125 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm 5$

Vậy phương trình có hai nghiệm:  $x_1 = -5$ ;  $x_2 = 5$

C.  $-3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -4$  (ĐT sai vì  $x^2 \geq 0$  với mọi  $x$ ;  $-4 < 0$ )

Vậy phương trình vô nghiệm

3. ©

A. Ta có:  $x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -5 \end{cases}$

Vậy phương trình có hai nghiệm :  $x_1 = 0, x_2 = -5$

B. Ta có:  $2x^2 + \frac{1}{3}x = 0 \Leftrightarrow x(6x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 6x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{6} \end{cases}$

Vậy phương trình có hai nghiệm :  $x_1 = 0, x_2 = -\frac{1}{6}$

C. Ta có:  $-3x^2 + \sqrt{18}x = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3\sqrt{2}x = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - \sqrt{2}x = 0 \Leftrightarrow x(x - \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$

Vậy phương trình có hai nghiệm:  $x_1 = 0, x_2 = \sqrt{2}$

D. Ta có:  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})x^2 - (5 + 2\sqrt{6})x = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{3} + \sqrt{2})x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 x = 0 \Leftrightarrow x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x = 0$

$\Leftrightarrow x[x - (\sqrt{3} + \sqrt{2})] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} + \sqrt{2} \end{cases}$

Vậy phương trình có hai nghiệm :  $x_1 = 0, x_2 = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

\* **Ghi chú:**

- Qua hai bài tập 2 và 3 của vấn đề 3 ta có thể rút ra những điều cần biết sau đây :

+ Phương trình  $ax^2 + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) được gọi là phương trình bậc hai

thiếu  $b$  ( $b = 0$ ), ta có :  $ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$

+ Nếu  $a$  và  $c$  cùng dấu thì phương trình vô nghiệm

+ Nếu  $a$  và  $c$  khác dấu thì phương trình có hai nghiệm đối nhau :

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ và } x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

+ Phương trình  $ax^2 + bx = 0$  ( $a \neq 0$ ) được gọi là phương trình bậc

hai thiếu  $c$  ( $c = 0$ ), ta có :  $ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax + b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{b}{a} \end{cases}$

- Phương trình bao giờ cũng có hai nghiệm :  $x_1 = 0$  và  $x_2 = -\frac{b}{a}$

4. (B)

(1)  $(x^2 + 1)^2 - 3x^3 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 1 - 3x^3 = 0$  không phải là phương trình bậc hai vì không có dạng  $ax^2 + bx + c = 0$

$$(2) (-2x^2) \left( x - \frac{1}{x} \right) = 0 \quad (x \neq 0) \Leftrightarrow (-2x^2) \left( \frac{x^2 - 1}{x} \right) = 0 \Leftrightarrow -2x^3 + 2x = 0$$

không phải là phương trình bậc hai vì không có dạng:  $ax^2 + bx + c = 0$

$$(3) (x + 3) \left( x - \frac{1}{3} \right) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{3}x + 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{8}{3}x - 1 = 0$$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 8x - 3 = 0$  là phương trình bậc hai vì có dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  trong đó  $a = 3, b = 8, c = -3$

(4)  $(4x + 5)(4x - 5) = 0 \Leftrightarrow 16x^2 - 25 = 0$  là phương trình bậc hai vì có dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  trong đó  $a = 16, b = 0, c = -25$ . Vậy phương trình (3) và (4) là phương trình bậc hai

5. (A) Ta có:  $x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{4\}$

6. (C) Ta có:  $x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x(x-1) - 6(x-1) = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=6 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:  $S = \{1; 6\}$

7. (B) Ta có:  $x^2 + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x + 4) - 4 - 5 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 3^2 = 0 \Leftrightarrow (x+2+3)(x+2-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+5)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+5=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:  $S = \{-5; 1\}$

8. (D) Ta có:  $x^2 - 10x + 28 = (x^2 - 10x + 25) + 3 = (x-5)^2 + 3 > 0$  với mọi  $x$   
Do đó  $x^2 - 10x + 28 = 0$  là vô lý.

Vậy phương trình vô nghiệm:  $S = \emptyset$

9. (A) Ta có:  $\left(x - \frac{2}{5}\right)(x^2 + 2x + 3) = 0$

Vì  $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 > 0$  với mọi  $x$

Do đó  $x - \frac{2}{5} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$ . Vậy phương trình có một nghiệm:  $x = \frac{2}{5}$

10. (C) Ta có:  $x^2 - 4x + 4 - 9(x^2 + 4x + 4) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - [3(x+2)]^2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-2+3x+6)(x-2-3x-6) = 0 \Leftrightarrow (4x+4)(-2x-8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+4=0 \\ -2x-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:  $S = \{-1; -4\}$

## 4. CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH

1. (B) Ta có:  $2x^2 - 9x - 5 = 0$  ( $a = 2, b = -9, c = -5$ )

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4.2.(-5) = 121; \sqrt{\Delta} = \sqrt{21} = 11$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 + 11}{2.2} = 5 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 - 11}{2.2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm:  $x_1 = 5, x_2 = -\frac{1}{2}$

2. (D) Ta có:  $x^2 - 2\sqrt{15}x + 15 = 0$  ( $a = 1, b = -2\sqrt{15}, c = 15$ )

$$\Delta = (-2\sqrt{15})^2 - 4.1.15 = 60 - 60 = 0; x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{2\sqrt{15}}{2} = \sqrt{15}$$

Vậy phương trình có nghiệm kép:  $x_1 = x_2 = \sqrt{15}$

3. (A) Ta có:  $5x^2 + 3x + 1 = 0$  ( $a = 5, b = 3, c = 1$ )

$$\Delta = 3^2 - 4.5.1 = -11 < 0. \text{ Vậy phương trình vô nghiệm}$$

4. (C) Ta có:  $3x^2 - 4x + 1 = 0$  ( $a = 3, b' = -2, c = 1$ )

$$\Delta' = b'^2 - ac = (-2)^2 - 3.1 = 1$$

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{2 + 1}{3} = 1; x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{2 - 1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{1}{3}; 1 \right\}$$

5. (B) Ta có:  $0,3x^2 + 0,8x + 0,5 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 8x + 5 = 0$  ( $a = 3, b' = 4, c = 5$ )

$$\Delta' = 4^2 - 3.5 = 1$$

$$x_1 = \frac{-4 + 1}{3} = -1; x_2 = \frac{-4 - 1}{3} = -\frac{5}{3}. \text{ Vậy } S = \left\{ -1; -\frac{5}{3} \right\}$$

6. (D) Ta có:  $\sqrt{3}x^2 - 6x + 19 = 0$  ( $a = \sqrt{3}, b' = -3, c = 19$ )

$$\Delta' = (-3)^2 - \sqrt{3}.19 = 9 - 19\sqrt{3} < 0. \text{ Vậy } S = \emptyset$$

7. (B) Ta có:  $(m - 1)x^2 - mx + 1 = 0$  ( $a = m - 1, b = -m, c = 1$ )

$$\Delta = (-m)^2 - 4(m - 1).1 = m^2 - 4m + 4 = (m - 2)^2$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(m - 2)^2} = |m - 2|$$

$$x_1 = \frac{m + m - 2}{2(m - 1)} = \frac{2(m - 1)}{2(m - 1)} = 1; x_2 = \frac{m - m + 2}{2(m - 1)} = \frac{2}{2(m - 1)} = \frac{1}{m - 1}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm:  $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{m - 1}$

8. **(D)** Ta có:  $(m - 2)x^2 - 2(m - 4)x + m + 2 = 0$  ( $m \neq 2$ ) (\*)

$$(a = m - 2, b' = -(m - 4), c = m + 2)$$

$$\begin{aligned} \text{A. } \Delta' &= [-(m - 4)]^2 - (m - 2)(m + 2) \\ &= m^2 - 8m + 16 - m^2 + 4 = -8m + 20 \end{aligned}$$

**B.** Nếu phương trình (\*) vô nghiệm thì  $\Delta' < 0$  hay  $-8m + 20 < 0$

$$\Leftrightarrow m > \frac{5}{2}$$

**C.** Nếu phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt thì  $\Delta' > 0$  hay

$$-8m + 20 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}$$

**D.** Với  $m = \frac{5}{2}$  thì phương trình (\*) có nghiệm kép là:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a} = \frac{m - 4}{m - 2} = \frac{\frac{5}{2} - 4}{\frac{5}{2} - 2} = -3$$

9. **(C)** Ta có:  $2x^2 - (1 + 2\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$  ( $a = 2, b = -(1 + 2\sqrt{2}), c = \sqrt{2}$ )

$$\begin{aligned} \Delta &= [-(1 + 2\sqrt{2})]^2 - 4 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 1 + 4\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 - 8\sqrt{2} \\ &= 1 - 4\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 = (1 - 2\sqrt{2})^2 \end{aligned}$$

$$\text{Do } 1 < 2\sqrt{2} \text{ nên } \sqrt{\Delta} = \sqrt{(1 - 2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2} - 1$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 1}{4} = \sqrt{2} \\ x_2 = \frac{1 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 1}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy phương trình có hai nghiệm: } x_1 = \sqrt{2}, x_2 = \frac{1}{2}$$

Như vậy bạn Hòa đã giải sai từ bước 2

10. **(A)** Ta có:  $(1 - \sqrt{5})x^2 - 2\sqrt{5}x - (1 + \sqrt{5}) = 0$

$$[a = 1 - \sqrt{5}, b = -2\sqrt{5}, c = -(1 + \sqrt{5})]$$

$$\Delta' = (-\sqrt{5})^2 + (1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5}) = 1$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{5} - 1}{1 - \sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} - 1} = -1, x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}}$$

$$\text{Vậy phương trình có hai nghiệm: } x_1 = -1, x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}}$$

## 5. HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG

1. (C) Ta có:  $2x^2 + 7x - 4 = 0$  ( $a = 2, b = 7, c = -4$ )

A.  $\Delta = 7^2 - 4.2.(-4) = 49 + 32 = 81$

B.  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{7}{2}$

C.  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{2} = -2$

2. (D) Ta có:  $5x^2 - 8x + 4 = 0$  ( $a = 5, b' = -4, c = 4$ )

A.  $\Delta' = (-4)^2 - 5.4 = -4 < 0$

Phương trình đã cho vô nghiệm, vậy không có tổng và tích các nghiệm của phương trình này

\* **Ghi nhớ:**

Muốn tính tổng và tích hai nghiệm của một phương trình bậc hai trước hết ta phải xét xem phương trình đó có nghiệm hay không. (Nếu có  $\Delta \geq 0$  hoặc  $\Delta' \geq 0$  hoặc  $a$  và  $c$  khác dấu thì phương trình bao giờ cũng có nghiệm)

3. (B) Ta có:  $x^2 - 4x + 2m = 0$  ( $m$  là tham số) ( $a = 1, b' = -2, c = 2m$ )

A.  $\Delta' = (-2)^2 - 1.2m = 4 - 2m$

B. Nếu  $m = 3$  thì  $\Delta' = 4 - 2.3 = -2 < 0$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm

C. Nếu  $m = -3$  thì  $\Delta = 4 - 2(-3) = 10 > 0$

Ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{1} = 4 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2m}{1} = \frac{2(-3)}{1} = -6 \end{cases}$$

D. Nếu  $m = 2$  thì  $\Delta = 4 - 2 = 0$

Phương trình có nghiệm kép:  $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = 2$

Do đó  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$

4. (A) Ta có:  $2x^2 - 2(m+2)x + m = 0$  ( $a = 2, b = -2(m+2), c = m$ )

$\Delta' = [-(m+2)]^2 - 2m = m^2 + 4m + 4 - 2m$

$= m^2 + 2m + 4 = (m+1)^2 + 3 > 0$

Ta có  $(m+1)^2 \geq 0$  với mọi  $m$  thuộc  $\mathbb{R}$

Do đó  $(m+1)^2 + 3 > 0$  với mọi  $m$  thuộc  $\mathbb{R}$

B. Tổng hai nghiệm:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2(m+2)}{2} = m+2$

C. Tích hai nghiệm:  $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m}{2}$

D. Khi  $m = 0 \Rightarrow \Delta' = 4$ , ta có:  $x_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{m+2-2}{2} = \frac{0}{2} = 0$

$$x_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{m+2+2}{2} = \frac{0+4}{2} = 2$$

Vậy khi  $m = 0$  thì phương trình có hai nghiệm:  $x_1 = 0, x_2 = 2$

\* **Cách khác:** Thay  $m = 0$  vào phương trình đã cho, ta có:

$$2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

5. A. Ta có:

- $-38x^2 + 41x - 3 = 0$  (1) ( $a = -38, b = 41, c = -3$ )

- $a + b + c = (-38) + 41 + (-3) = 0$

Nghiệm của phương trình (1) là:  $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{-38} = \frac{3}{38}$

B. Ta có:

- $1,38x^2 + 5,9x + 4,52 = 0$  (2) ( $a = 1,38; b = 5,9; c = 4,52$ )

- $a - b + c = 1,38 - 5,9 + 4,52 = 0$

Nghiệm của phương trình (2) là:  $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{4,52}{1,38} = -3,28$

C. •  $(3 - \sqrt{5})x^2 + 2\sqrt{5}x - (3 + \sqrt{5}) = 0$  (3)

( $a = 3 - \sqrt{5}; b = 2\sqrt{5}; c = -(3 + \sqrt{5})$ )

- $a + b + c = 3 - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3 - \sqrt{5} = 0$

Nghiệm của phương trình (3) là:  $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-(3 + \sqrt{5})}{3 - \sqrt{5}}$

(Học sinh tự điền các kết quả trên vào chỗ trống)

6. (C) Ta có:  $2x^2 + (k+3)x - 4k + 2 = 0$  (\*)

Thay:  $x = -1$  vào (\*), ta được:  $2(-1)^2 + (k+3)(-1) - 4k + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow -5k + 1 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{1}{5}$$

7. (B) Ta có:  $u + v = 45$  và  $u.v = 500$  nên  $u$  và  $v$  là nghiệm của phương trình  $X^2 - 45X + 500 = 0$

$$\Delta = (-45)^2 - 4.1.500 = 25$$

$$X_1 = \frac{45+5}{2} = 25; X_2 = \frac{45-5}{2} = 20$$

Vậy  $(u; v) = (25; 20)$  hoặc  $(u; v) = (20; 25)$

8. (C) Ta có:  $a + b = -9$  và  $ab = 18$  nên  $a$  và  $b$  là nghiệm của phương trình  

$$X^2 + 9X + 18 = 0$$

$$\Delta = 9^2 - 4.1.18 = 9$$

$$X_1 = \frac{-9+3}{2} = -3, X_2 = \frac{-9-3}{2} = -6$$
 Vậy  $(a; b) = (-3; -6)$  hoặc  $(a; b) = (-6; -3)$
9. (D) Ta có:  $m - n = 14$  (1) và  $mn = 51$  (2)  
 Đặt:  $v = -n \Rightarrow n = -v$   
 (1)  $\Rightarrow m + v = 14$ , (2)  $\Rightarrow mv = -51$   
 $m$  và  $v$  là nghiệm của phương trình:  $X^2 - 14X - 51 = 0$   
 $\Delta' = (-7)^2 - 1.(-51) = 100$   

$$X_1 = \frac{7+10}{1} = 17; X_2 = \frac{7-10}{1} = -3$$
  
 Do đó  $X_1 = m = 17, X_2 = v = -3 \Rightarrow n = 3$   
 Hoặc  $X_1 = v = 17 \Rightarrow n = -17, X_2 = m = -3$   
 Vậy  $(m; n) = (17; 3)$  hoặc  $(m; n) = (-3; -17)$
10. (A) Ta có:  $x^2 - 2kx - 5 = 0$   
 $\Delta' = (-k)^2 - 1(-5) = k^2 + 5 > 0$  với mọi  $k$   

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{2k}{1} = 2k \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-5}{1} = -5 \end{cases}$$
  
 Ta có:  
 •  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2k}{-5} = -\frac{2}{5}k$   
 •  $\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 x_2} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$   
 Vậy  $\frac{1}{x_1}$  và  $\frac{1}{x_2}$  là nghiệm của phương trình  $x^2 + \frac{2}{5}kx - \frac{1}{5} = 0$  hay  

$$5x^2 + 2kx - 1 = 0$$

## 6. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

1. (B) Ta có:  $(x + 2)^2 - 9x + 3 = (2 - x)(2 + x)$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 - 9x + 3 = 4 - x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0$$

Ta có:  $a + b + c = 2 + (-5) + 3 = 0$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là:  $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{2} = 1,5$

2. (D) Ta có:  $x(x^2 - 6) - (x - 2)^2 = (x + 1)^3 + 4x$

$$\Leftrightarrow x^3 - 6x - x^2 + 4x - 4 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 4x \Leftrightarrow 4x^2 + 9x + 5 = 0$$

Ta có:  $a - b + c = 4 - 9 + 5 = 0$

Vậy phương trình có hai nghiệm là:  $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{5}{4}$

3. (A) Ta có:  $(x + 1)^3 + 0,5x^2 = x(x^2 + 1,5)$

$$\Leftrightarrow x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 0,5x^2 = x^3 + 1,5x$$

$$\Leftrightarrow 3,5x^2 + 1,5x + 1 = 0 \Leftrightarrow 35x^2 + 15x + 10 = 0$$

$\Delta = (15)^2 - 4.35.10 = -1175 < 0$ . Vậy phương trình đã cho vô nghiệm

4. (C) Ta có:  $\frac{x(x-3)}{4} - 1 = \frac{0,5x}{3} - \frac{x+1}{2}$  (mc = 12)

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 9 - 12 = 2x - 6x - 6 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 15 = 0$$

$$\Delta' = 2^2 - 3(-15) = 49$$

$$x_1 = \frac{-2-7}{3} = -3; x_2 = \frac{-2+7}{3} = \frac{5}{3}$$

Nghiệm của phương trình đã cho là:  $x_1 = -3$  và  $x_2 = \frac{5}{3}$

5. (C) Ta có:  $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$  (\*)

ĐK:  $x \neq \pm 1$ , MTC =  $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$

$$(*) \Leftrightarrow x(x-1) + x(x+1) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x + x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (\*) là  $S = \{-1; 1\}$

Như vậy bạn phương đã giải sai từ bước 2

6. (B) Ta có:  $\frac{2}{x+2} - \frac{5}{x-5} + \frac{9}{10} = 0$  (\*)

ĐK:  $x \neq -2$  và  $x \neq 5$ . MTC:  $10(x+2)(x-5)$

$$(*) \Leftrightarrow 20(x-5) - 50(x+2) + 9(x+2)(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 20x - 100 - 50x - 100 + 9x^2 - 27x - 90 = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 57x - 290 = 0$$

$$\Delta = (-57)^2 - 4.9.(-290) = 3249 + 10440 = 13689$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{13689} = 117$$

$$x_1 = \frac{57 + 117}{18} = \frac{174}{18} = 9\frac{2}{3}; x_2 = \frac{57 - 117}{18} = \frac{-60}{18} = -3\frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ -3\frac{1}{3}; 9\frac{2}{3} \right\}$$

7. (A) Ta có:  $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2(x + 3) - 2(x + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow (x + 3)(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases} \text{ Vậy } S = \{-3; \pm\sqrt{2}\}$$

8. (C) Ta có:  $2x^3 - 12x^2 + 18x = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$  (\*)

$$\Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Leftrightarrow x(x - 3)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x - 3)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{0; 3\}$$

9. (D) Ta có:  $5x^4 - 2x^2 + 16 = 22 - x^2 \Leftrightarrow 5x^4 - x^2 - 6 = 0$  (1)

$$\text{Đặt } x^2 = Y \text{ (ĐK: } Y \geq 0) \quad (2)$$

$$(1) \Leftrightarrow 5Y^2 - Y - 6 = 0$$

$$\text{Giải phương trình này, ta có nghiệm là: } Y_1 = -1 \text{ (loại), } Y_2 = \frac{6}{5}$$

$$(2) \Leftrightarrow x^2 = \frac{6}{5} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{6}{5}} = \pm\frac{\sqrt{30}}{5} \text{ Vậy } S = \left\{ -\sqrt{\frac{30}{5}}; \sqrt{\frac{30}{5}} \right\}$$

10. (A) Ta có:  $4x^2 - 19x + 11 = 0$  (\*)

$$\bullet \Delta = (-19)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 11 = 185 > 0$$

$\Rightarrow$  Phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt

$$\bullet x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{11}{4} > 0 \Rightarrow \text{Hai nghiệm cùng dấu}$$

$$\bullet x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{19}{4} > 0 \Rightarrow \text{Hai nghiệm đều dương}$$

\* Ghi nhớ :

Nếu phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) có hai nghiệm  $x_1$  và  $x_2$ , ta có:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

• Nếu  $P < 0$  và  $S < 0$  thì hai nghiệm khác dấu và nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương

• Nếu  $P < 0$  và  $S > 0$  thì hai nghiệm khác dấu và nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm âm

• Nếu  $P > 0$  và  $S < 0$  thì hai nghiệm đều âm

• Nếu  $P > 0$  và  $S > 0$  thì hai nghiệm đều dương

## 7. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

1. (C) Gọi  $\overline{ab}$  là số phải tìm. ĐK:  $1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$

Ta có:  $\overline{ab} = 10a + b$  và  $\overline{ba} = 10b + a$

Theo đề bài ta có:  $\begin{cases} a + b = 13 & (1) \\ ab + 34 = 10b + a & (2) \end{cases} \Leftrightarrow (1) \Leftrightarrow b = 13 - a \quad (3)$

(2)  $\Leftrightarrow a(13 - a) + 34 = 10(13 - a) + a$

$$\Leftrightarrow 13a - a^2 + 34 = 130 - 10a + a \Leftrightarrow a^2 - 22a + 96 = 0$$

Giải phương trình này ta được nghiệm là:  $a_1 = 16$  (loại),  $a_2 = 6$  (nhận)

Khi  $a = 6$ , từ (3)  $\Rightarrow b = 13 - 6 = 7$  (nhận)

Trả lời: Vậy số phải tìm là 67

2. (A) Gọi  $a(\text{cm})$ ,  $b(\text{cm})$ ,  $c(\text{cm})$  là độ dài ba cạnh của tam giác vuông trong đó  $a(\text{cm})$  là độ dài cạnh huyền và cho  $b(\text{cm}) > c(\text{cm})$

ĐK:  $a > b > c > 0$ . Theo đề bài ta có:  $\begin{cases} a + b + c = 36 & (1) \\ a^2 + b^2 + c^2 = 450 & (2) \end{cases}$

Theo định lý pytago, ta có:  $a^2 = b^2 + c^2$  (vì  $a$  là cạnh huyền)

$$(2) \Rightarrow 2a^2 = 450 \Leftrightarrow a^2 = 225 \Leftrightarrow a = 15 \text{ (cm)}$$

$$(1) \Rightarrow b + c = 36 - 15 = 21 \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow b^2 + c^2 = 450 - 225 = 225 \quad (4)$$

$$(4) \Rightarrow b^2 + c^2 = (b + c)^2 - 2bc = 225 \Rightarrow bc = [(b + c)^2 - 225] : 2 = 108$$

Ta có:  $b + c = 21$  và  $bc = 108$  nên  $b$  và  $c$  là nghiệm của phương trình  $X^2 - 21X + 108 = 0$

Giải phương trình này ta được:  $X_1 = 9$  và  $X_2 = 12$

Do đó  $b = 12\text{cm}$ ,  $c = 9\text{cm}$

Trả lời: Vậy độ dài ba cạnh của tam giác vuông là: 9cm, 12cm, 15cm

3. (B) Gọi  $x(\text{m})$  là khoảng cách giữa hai hàng ngang (hàng dọc) liên tiếp

ĐK:  $x > 0$ . Số hàng trồng dọc là:  $\frac{140}{x} + 1$  (hàng)

(Cộng thêm 1 vì hai cạnh AB và CD đều có trồng đào)

Số hàng trồng ngang là:  $\frac{32}{x} + 1$  (hàng)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\left(\frac{140}{x} + 1\right)\left(\frac{32}{x} + 1\right) = 324 \Leftrightarrow 323x^2 - 172x - 4480 = 0$$

Giải phương trình này ta được:  $x_1 = 4$  (nhận),  $x_2 = -\frac{1120}{323}$  (loại)

Trả lời: Vậy khoảng cách giữa hai hàng cây liên tiếp là 4m

4. **C** Gọi  $x(\text{km/h})$  là vận tốc của ô tô thì vận tốc của xe đạp là  $x - 25 (\text{km/h})$ . ĐK:  $x > 25$ . Ta có: 18 phút  $= \frac{3}{10}$  giờ, 30 phút  $= \frac{1}{2}$  giờ  
 Khi xe đạp bắt đầu đi ở Biên Hòa về Tp.Hồ Chí Minh thì ô tô chỉ còn cách Biên Hòa 18km. Thời gian ô tô đi 18km là:  $\frac{18}{x} (\text{h})$   
 Thời gian xe đạp đi từ Biên Hòa về Tp.Hồ Chí Minh là:  $\frac{30}{x - 25} (\text{h})$   
 Theo đề bài ta có phương trình:  $\frac{18}{x} + \frac{3}{10} + \frac{30}{x} + \frac{1}{2} = \frac{30}{x - 25}$   
 (MTC:  $5x(x - 25)$ )  $\Leftrightarrow 4x^2 - 10x - 6000 = 0$   
 Giải phương trình này, ta được:  $x_1 = 40$  (nhận),  $x_2 = -37,4$  (loại)  
 Trả lời: Vậy vận tốc của ô tô là 40km/h
5. **D** Gọi  $x(\text{giờ})$  là thời gian của vôi thứ nhất một mình chảy đầy bể và  $y(\text{giờ})$  là thời gian của vôi thứ hai một mình chảy đầy bể  
 ĐK:  $x > y > 0$

Theo đề bài ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 50 & (1) \\ \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{12} & (2) \end{cases}$$

(2)  $\Leftrightarrow xy = 12(x + y) = 12.50 = 600$

Ta có:  $x + y = 50$  và  $xy = 600$  nên  $x$  và  $y$  là nghiệm của phương trình:  $X^2 - 50X + 600 = 0$

Giải phương trình này và do  $x > y$ , ta có:  $x = X_1 = 30$ ,  $y = X_2 = 20$

Trả lời: - Một mình vôi thứ nhất chảy đầy bể là 30 giờ

- Một mình vôi thứ hai chảy đầy bể là 20 giờ

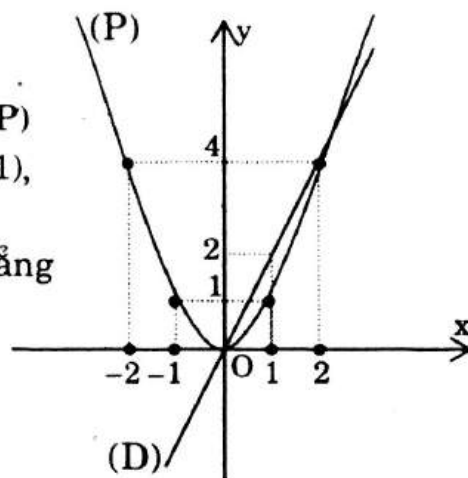
## ÔN TẬP CHƯƠNG IV

1. **D** Parabol (P) đi qua điểm  $M(3; -4)$  nên tọa độ của điểm này nghiệm đúng  $y = ax^2$ , ta có:  $-4 = a.3^2 \Leftrightarrow a = -\frac{4}{9}$   
 Vậy (P) là đồ thị của hàm số  $y = -\frac{4}{9}x^2$
2. **A** Ta có M là giao điểm hai đồ thị của hai hàm số  $y = ax^2$  (1) và  $y = -3x + 1$  (2) nên tọa độ của điểm M nghiệm đúng (1) và (2)  
 Thay  $x_M = -2$  vào (2) ta có:  $y_M = (-3)(-2) + 1 = 7$   
 Thay  $x_M = -2$ ,  $y_M = 7$  vào (1), ta có:  $7 = a.(-2)^2 \Leftrightarrow a = \frac{7}{4}$

3. (B) Ta đã biết nghiệm của phương trình  $x^2 - 2x = 0$  (nếu có) là hoành độ giao điểm hai đồ thị của hai hàm số  $y = x^2$  và  $y = 2x$

Trên cùng một mặt phẳng tọa độ vẽ đồ thị của hai hàm số trên

- Đồ thị của hàm số  $y = x^2$  là parabol (P) đi qua các điểm  $(-2; 4)$ ,  $(-1; 1)$ ,  $(0; 0)$ ,  $(1; 1)$ ,  $(2; 4)$
- Đồ thị của hàm số  $y = 2x$  là. Đường thẳng đi qua gốc tọa độ và qua điểm  $(1; 2)$
- \* Nhận xét: Trên đồ thị ta thấy (P) và (D) cắt nhau tại hai điểm  $O(0; 0)$  và  $A(2; 4)$



Vậy phương trình  $x^2 - 2x = 0$  có hai nghiệm :  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$

Như vậy bạn Tâm đã giải sai từ bước 1

4. (D) Tọa độ giao điểm (nếu có) của (P) và (D) là nghiệm của hệ phương

$$\text{trình: } \begin{cases} y = ax^2 & (1) \\ y = x + 1 & (2) \end{cases} \quad (1) \text{ và } (2) \Rightarrow ax^2 = x + 1 \Leftrightarrow ax^2 - x - 1 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4.a.(-1) = 1 + 4a$$

Nếu (P) và (D) tiếp xúc nhau thì  $\Delta = 0$  hay  $1 + 4a = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$

5. (D) Ta có:  $mx^2 - (4m - 1)x + 4m = 0$  ( $m \neq 0$ ) (\*)

$$(a = m, b = -(4m - 1), c = 4m)$$

$$\Delta = [-(4m - 1)]^2 - 4m.4m = -8m + 1$$

A. Nếu phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt thì :

$$\Delta = -8m + 1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{8}$$

B. Nếu phương trình (\*) có nghiệm kép thì :

$$\Delta = -8m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{8}. \text{ Lúc này ta có :}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{4m - 1}{2m} = \frac{4 \cdot \frac{1}{8} - 1}{2 \cdot \frac{1}{8}} = -2$$

C. Nếu phương trình (\*) vô nghiệm thì :  $\Delta = -8m + 1 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{8}$

6. (C) Ta có:

$$x^2 - 2(m - 3)x - 2m = 0 \quad (a = 1, b = -2(m - 3), c = -2m) \quad (*)$$

$$\Delta' = [-(m - 3)]^2 - 1.(-2m)$$

$$= m^2 - 4m + 9 = (m - 2)^2 + 5 > 0 \text{ với mọi } m$$

Vậy phương trình (\*) có nghiệm với mọi m

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2(m-3)}{1} = 2m-6 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2m}{1} = -2m \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x_1 x_2 = 2(x_1 + x_2) \text{ hay } -2m = 2(2m-6)$$

$$\Leftrightarrow -2m = 4m - 12 \Leftrightarrow 6m = 12 \Leftrightarrow m = 2$$

7. (B) Ta có:  $3x^2 + 8x + 5 = 0$

$$\Delta' = 4^2 - 3 \cdot 5 = 1 > 0. \text{ Do đó: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{8}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(-\frac{8}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{64}{9} - \frac{10}{3} = \frac{34}{9} = 3\frac{7}{9}$$

$$\text{Vậy } x_1^2 + x_2^2 = 3\frac{7}{9}$$

8. (A) Ta có:  $\frac{2x-1}{x-1} - \frac{2x-3}{x-2} + \frac{1}{6} = 0 \quad (*)$

$$\text{ĐK: } x \neq 1, x \neq 2. \text{ MTC} = 6(x-1)(x-2)$$

$$(*) \Leftrightarrow 6(2x-1)(x-2) - 6(2x-3)(x-1) + (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 6(2x^2 - 5x + 2) - 6(2x^2 - 5x + 3) + (x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 12x^2 - 30x + 12 - 12x^2 + 30x - 18 + x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0. \text{ Ta có: } a - b + c = 1 - (-3) + (-4) = 0$$

$$\text{Phương trình có hai nghiệm } x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = 4. \text{ Vậy } S = \{-1; 4\}$$

9. (C) Gọi x(cm) và y(cm) theo thứ tự là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật. ĐK:  $x > y > 0$ .

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} x + y = 43 \\ xy = 450 \end{cases}$$

$$\text{Như vậy } x \text{ và } y \text{ là nghiệm của phương trình: } X^2 - 43X + 450 = 0$$

$$\text{Giải phương trình này ta được: } X_1 = 25, X_2 = 18$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện } x > y \text{ nên } x = 25, y = 18$$

$$\text{Trả lời: Vậy các cạnh của hình chữ nhật là 25cm và 18cm}$$

10. (D) Gọi a(cm) và b(cm) là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông

$$\text{ĐK: } 0 < a, b < 13$$

$$\text{Diện tích của tam giác vuông là:}$$

$$S = \frac{1}{2}ab = 30 \text{ (cm}^2\text{)} \Rightarrow ab = 60 \text{ (cm}^2\text{)} \quad (1)$$

Theo định lý pytago ta có:  $a^2 + b^2 = 13^2 = 169$

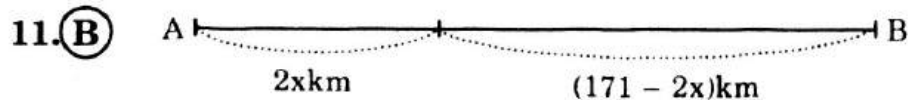
Ta có :  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 169 + 2.60 = 289$

$\Rightarrow a + b = 17$  (vì  $a, b > 0$ ) (2)

(1) và (2)  $\Rightarrow a$  và  $b$  là nghiệm của phương trình:  $X^2 - 17X + 60 = 0$

Giải phương trình này ta được:  $X_1 = 5, X_2 = 12$

Trả lời: Vậy hai cạnh góc vuông của tam giác vuông là: 5cm và 12cm



Gọi  $x$ (km/h) là vận tốc lúc đầu của xe mô tô

ĐK:  $0 < x < 85,5$

Quãng đường mô tô đi được trong 2 giờ đầu là  $2x$ (km)

Quãng đường còn lại :  $(171 - 2x)$ km

Mô tô đã đi với vận tốc  $(x + 7)$ km/h nên thời gian mô tô đi hết quãng đường này là :  $\frac{171 - 2x}{x + 7}$  (giờ)

Từ B về A mô tô đã đi với vận tốc  $(x + 8)$ km/h nên thời gian mô tô đi hết quãng đường BA là:  $\frac{171}{x + 8}$  (giờ). Theo đề bài ta có phương

$$\text{trình: } \left(2 + \frac{1}{2} + \frac{171 - 2x}{x + 7}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{17}{x + 8}\right) = 10 + \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{171}{x + 7} + \frac{171}{x + 8} = \frac{15}{2} \Leftrightarrow 19x^2 - 427x - 4290 = 0$$

Giải phương trình này ta được :  $x_1 = 30$  (nhận),  $x_2 = -7,5$  (loại)

Trả lời : Vậy vận tốc lúc đầu của mô tô là 30km/h

12. (A) Gọi  $x$ (lít) là số nước vòi chảy vào bể trong 1 giây

ĐK :  $x > 0$

Thời gian vòi nước muốn chảy đầy bể là :  $\frac{270}{x}$  (giây)

Nếu mỗi giây, vòi chảy thêm 1 lít nước thì thời gian vòi chảy đầy bể là :  $\frac{270}{x + 1}$  (giây)

$$\text{Theo đề bài ta có phương trình: } \frac{270}{x} - \frac{270}{x + 1} = 45 \Leftrightarrow \frac{6}{x} - \frac{6}{x + 1} = 1$$

$$\Leftrightarrow 6(x + 1) - 6x = x(x + 1) \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

Giải phương trình này ta được :  $x_1 = 2$  (nhận),  $x_2 = -3$  (loại)

Trả lời: Vậy trong mỗi giây, vòi chảy được 2 lít nước

# PHẦN HÌNH HỌC

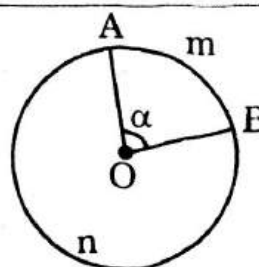
## CHƯƠNG III. GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN

### Vấn đề 1. GÓC Ở TÂM, SỐ ĐO GÓC

#### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### 1 Góc ở tâm

**Định nghĩa:** Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là góc ở tâm.



- $\widehat{AOB} = \alpha$  là góc ở tâm chắn cung AB
- Cung AB kí hiệu là  $\widehat{AB}$
- Với  $0^\circ < \alpha < 180^\circ$  thì cung AmB nằm trong góc AOB được gọi là “cung nhỏ” và cung AnB nằm ngoài AOB được gọi là “cung lớn”
- Cung nằm trong góc gọi là cung bị chắn
- Với  $\alpha = 180^\circ$  thì mỗi cung AB là một nửa đường tròn

#### 2 Số đo cung

**Định nghĩa:**

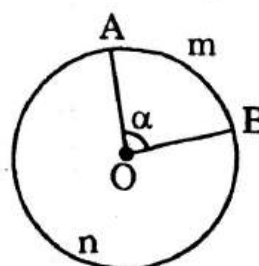
- Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.
- Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa  $360^\circ$  và số đo của cung nhỏ (có chung hai mút với cung lớn)
- Số đo của nửa đường tròn bằng  $180^\circ$ .

Số đo của cung AB, kí hiệu là  $sd\widehat{AB}$ , ta có:

- $sd\widehat{AmB} = sd\widehat{AOB} = \alpha$
- $sd\widehat{AnB} = 360^\circ - sd\widehat{AmB}$

\* **Chú ý:**

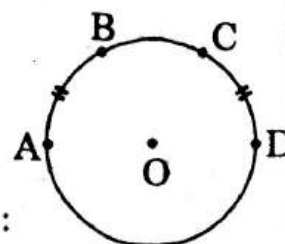
- Cung nhỏ có số đo nhỏ hơn  $180^\circ$
- Cung lớn có số đo lớn hơn  $180^\circ$



#### 3 So sánh hai cung

Trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau :

- Hai cung được gọi là bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau.
- Trong hai cung, cung nào có số đo lớn hơn được gọi là cung lớn hơn.



$$sd\widehat{AB} = sd\widehat{CD} \Leftrightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

$$sd\widehat{AB} > sd\widehat{CD} \Leftrightarrow \widehat{AB} > \widehat{CD}$$

**4** Khi nào thì  $sđ\widehat{AB} = sđ\widehat{AC} + sđ\widehat{CB}$  ?

**Định lí:**

Nếu C là một điểm nằm trên cung AB thì  $sđ\widehat{AB} = sđ\widehat{AC} + sđ\widehat{CB}$

## **B. BÀI TẬP**

1. Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A và B sao cho  $\widehat{AOB} = 80^\circ$ . Vẽ dây AM vuông góc với bán kính OB tại H. Số đo cung nhỏ AM bằng:  
A.  $80^\circ$                       B.  $100^\circ$                       C.  $140^\circ$                       D.  $160^\circ$
2. Cho đường tròn (O; R) và dây  $AB = R\sqrt{2}$ . Số đo của cung nhỏ AB bằng:  
A.  $60^\circ$                       B.  $90^\circ$                       C.  $100^\circ$                       D.  $120^\circ$
3. Cho đường tròn (O; R) và dây  $AB = R\sqrt{3}$ . Số đo của cung nhỏ AB bằng:  
A.  $90^\circ$                       B.  $110^\circ$                       C.  $120^\circ$                       D.  $160^\circ$
4. Trên đường tròn (O; R) lấy cung AB có số đo  $100^\circ$ . Vẽ bán kính OC song song và cùng chiều với dây AB.  
Khẳng định nào sau đây đúng?  
A. AC là đường phân giác của góc OAB  
B. Số đo của cung nhỏ AC bằng  $140^\circ$   
C. Số đo của cung lớn AC bằng  $220^\circ$   
D. A), B), C) đều đúng
5. Cho tam giác ABC có  $\widehat{A} = 60^\circ$  nội tiếp đường tròn tâm O. Số đo của cung nhỏ BC bằng:  
A.  $120^\circ$                       B.  $136^\circ$                       C.  $140^\circ$                       D.  $148^\circ$
6. Cho tam giác ABC có góc  $\widehat{A} = 80^\circ$  ngoại tiếp đường tròn tâm I, đường tròn này cắt IB và IC theo thứ tự tại E và F. Số đo của cung nhỏ EF bằng:  
A.  $100^\circ$                       B.  $130^\circ$                       C.  $138^\circ$                       D.  $145^\circ$
7. Cho đường tròn (O ; R) và điểm P sao cho  $OP = 2R$ . Đường tròn tâm I đường kính OP cắt đường tròn (O) tại A và B  
Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống :  
A. ☐ Điểm I thuộc đường tròn (O)  
B. ☐ PA và PB là tiếp tuyến của đường tròn O  
C. ☐ Số đo góc ở tâm AOB bằng  $140^\circ$   
D. ☐ Số đo cung nhỏ AB bằng  $140^\circ$

8. Cho đường tròn (O; 6cm) đường kính AB. Trên bán kính OC vuông góc với AB lấy điểm D sao cho  $OD = 2\sqrt{3}\text{cm}$ . Tia AD cắt (O) tại M. Số đo của cung nhỏ BM bằng:
- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $50^\circ$                       D.  $60^\circ$
9. Trên đường tròn (O ; 5cm) lấy ba cung liên tiếp AB, BC, CD sao cho  $Sđ\widehat{AB} = 60^\circ$ ,  $Sđ\widehat{BC} = 140^\circ$ ,  $Sđ\widehat{CD} = 70^\circ$ . Tính độ dài dây AD
- A.  $3\sqrt{2}\text{cm}$                       B.  $4\sqrt{3}\text{cm}$   
C.  $5\sqrt{2}\text{cm}$                       D. A), B), C) đều sai
10. Trên đường tròn (O) lấy cung AB số đo bằng  $130^\circ$  và cung AD nhận B làm điểm chính giữa. Cung CB nhận A làm điểm chính giữa. Số đo của cung nhỏ CD bằng :
- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Câu | D | B | C | D | A | B | × | D | C | A  |

## Vấn đề 2. LIÊN HỆ GIỮA CUNG VÀ DÂY

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### ☆ Định lý 1:

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau :

- a) Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau.  
b) Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau.

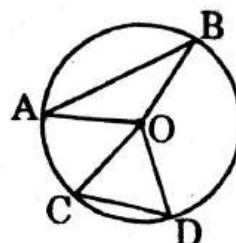
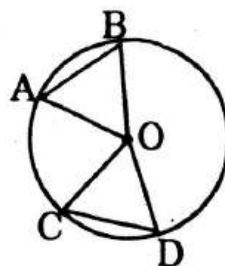
$$\widehat{AB} = \widehat{CD} \Leftrightarrow AB = CD$$

#### ☆ Định lý 2:

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau :

- a) Cung lớn hơn căng dây lớn hơn.  
b) Dây lớn hơn căng cung lớn hơn.

$$\widehat{AB} > \widehat{CD} \Leftrightarrow AB > CD$$



## B. BÀI TẬP

1. Cho đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ . Vẽ hai dây song song  $AC$  và  $BD$ . Gọi  $H$  và  $K$  theo thứ tự là hình chiếu của  $O$  trên  $AC$  và  $BD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
 A. Ba điểm  $C, O, D$  thẳng hàng      B.  $\widehat{AC} = \widehat{BD}$   
 C.  $OH = OK$       D. A), B), C) đều đúng
- \* Trên đường tròn  $(O)$  lấy bốn điểm  $A, B, C, D$  theo thứ tự đó sao cho  $Sđ\widehat{AB} = 60^\circ, Sđ\widehat{BC} = 90^\circ, Sđ\widehat{CD} = 120^\circ$ . Dùng giả thiết này để chọn câu trả lời đúng trong các bài 2, 3, 4, 5, 6.
2. Số đo cung nhỏ  $AD$  bằng:  
 A.  $60^\circ$       B.  $90^\circ$       C.  $100^\circ$       D.  $110^\circ$
3. Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  trên dây  $AB$ . Độ dài  $OH$  bằng:  
 A.  $\frac{R\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{R\sqrt{3}}{3}$       C.  $3R\sqrt{2}$       D.  $2R\sqrt{3}$
4. Gọi  $K$  là hình chiếu của  $O$  trên  $CD$ . Độ dài  $OK$  bằng:  
 A.  $R\sqrt{2}$       B.  $R\sqrt{3}$       C.  $\frac{R}{2}$       D.  $\frac{R}{3}$
5. Khẳng định nào sau đây sai?  
 A.  $AB = R$       B.  $BC = R\sqrt{2}$   
 C.  $CD = R\sqrt{3}$       D. A), B) đúng; C) sai
6. Khẳng định nào sau đây sai?  
 A.  $AB \parallel CD$       B.  $HK = \frac{R}{2}(\sqrt{3} + 1)$   
 C.  $S_{ABCD} = \frac{R^2}{4}(2 + \sqrt{3})$       D. A), B) đúng; C) sai
7. Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{B} > \widehat{C}$ . Trên cạnh  $AC$  lấy  $AD = AB$ . Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BCD$ .  $M$  và  $N$  theo thứ tự là hình chiếu của  $O$  trên  $BC$  và  $CD$ . Hãy so sánh  $OM$  và  $ON$ .  
 A.  $OM = ON$       B.  $OM < ON$       C.  $OM > ON$
8. Cho đường tròn  $(O)$  và dây  $AB$ . Trên dây  $AB$  lấy hai điểm  $M$  và  $N$  sao cho  $AM = MN = NB$ . Các bán kính đi qua  $M$  và  $N$  cắt cung nhỏ  $AB$  theo thứ tự tại  $C$  và  $D$ ,  $\triangle MN$  là tam giác gì?  
 A. Tam giác cân      B. Tam giác vuông  
 C. Tam giác vuông cân      D. Tam giác đều

9. Với giả thiết ở bài 8.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $AB \parallel CD$

B. ACDB là hình thang cân

C.  $\widehat{AD} = \widehat{CB}$

D. A), B) đúng ; C) sai

10. Với giả thiết ở bài 8.

Khẳng định nào sau đây đúng ?

A.  $\widehat{BD} > \widehat{CD}$

B.  $\widehat{BD} = \widehat{CD}$

C.  $\widehat{BD} < \widehat{CD}$

### ĐÁP ÁN

| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Câu | D | B | A | C | D | C | B | A | D | C  |

## Vấn đề 3. GÓC NỘI TIẾP

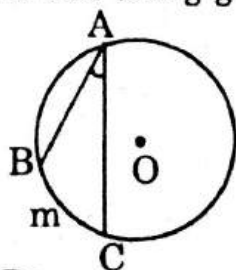
### GÓC TẠO BỞI TIẾP TUYẾN VÀ DÂY CUNG

#### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

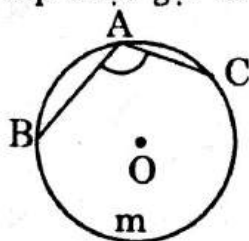
#### 1 Định nghĩa

Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.

\*. Cung nằm bên trong góc nội tiếp được gọi là cung bị chắn.



$\widehat{BAC}$  là góc nội tiếp



$\widehat{BmC}$  là cung bị chắn

#### 2 Định lý:

Trong một đường tròn, số đo góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung

$$\text{sđ } \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{BC}$$

#### 3 Hệ quả:

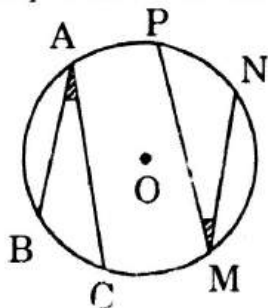
Trong một đường tròn:

a) Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau

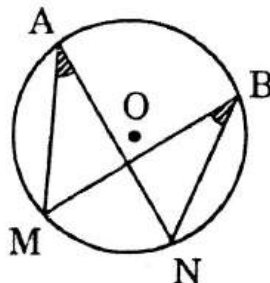
b) Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau

c) Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng  $90^\circ$ ) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung

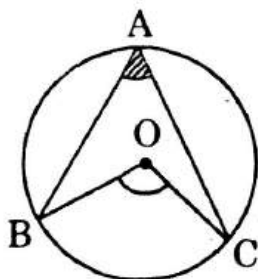
d) Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.



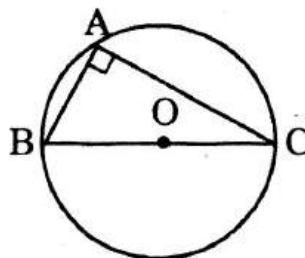
$$\widehat{BAC} = \widehat{NMP} \Leftrightarrow \widehat{BC} = \widehat{NP}$$



$$\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$$



$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC}$$



$$BC \text{ là đường kính} \Leftrightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$$

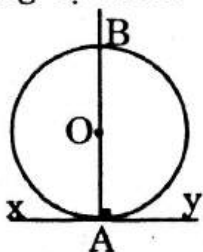
### Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung

#### ✧ Định nghĩa:

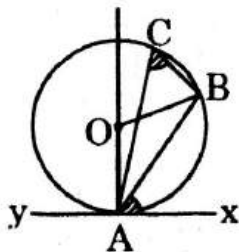
Đường thẳng  $xy$  tiếp xúc với đường tròn  $(O)$  tại tiếp điểm  $A$ . Góc tạo bởi tia  $Ax$  (hoặc  $Ay$ ) với dây cung  $AB$  được gọi là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung. (Cung tròn nằm trong góc là cung bị chắn)

#### ✧ Định lý:

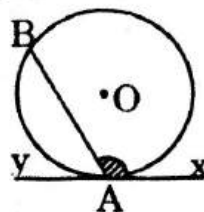
Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.



$$\text{sđ} \widehat{BAx} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AB} = 90^\circ$$



$$\text{sđ} \widehat{BAx} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AB}$$



$$\text{sđ} \widehat{BAx} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AB}$$

#### ✧ Hệ quả:

Trong một đường tròn góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau  $\widehat{BAx} = \widehat{ACB}$

## B. BÀI TẬP

1. Trên nửa đường tròn tâm O đường kính AB, lấy điểm M sao cho  $\widehat{AM} = \frac{1}{5} \widehat{AB}$ . Tính các góc của tam giác AMB.  
A.  $\widehat{M} = 90^\circ, \widehat{A} = 60^\circ, \widehat{B} = 30^\circ$       B.  $\widehat{M} = 90^\circ, \widehat{A} = 70^\circ, \widehat{B} = 20^\circ$   
C.  $\widehat{M} = 90^\circ, \widehat{A} = 72^\circ, \widehat{B} = 18^\circ$       D. Một kết quả khác
2. Cho tam giác ABC vuông tại A có  $\widehat{B} = 30^\circ$  nội tiếp đường tròn (O), tiếp tuyến của (O) tại C cắt tiếp tuyến tại A ở D. Số đo góc  $\widehat{ADC}$  bằng:  
A.  $100^\circ$       B.  $120^\circ$       C.  $125^\circ$       D.  $140^\circ$
3. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), vẽ dây AE vuông góc với BC tại H, gọi D là điểm đối tâm của A và M là điểm chính giữa của cung nhỏ DE.  
Khẳng định nào sau đây đúng?  
A.  $ED \parallel BC$   
B.  $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$   
C. AM là tia phân giác của góc BAC  
D. A), B), C) đều đúng
4. Cho đường tròn (O; 10cm) đường kính AB. Vẽ dây AM căng cung  $80^\circ$ . Tiếp tuyến của (O) tại A cắt tia BM ở C. Tính chu vi của tam giác ABC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)  
A. 62,89cm      B. 65,18cm      C. 70,95cm      D. 72,89cm
5. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC. Vẽ dây AD vuông góc với AM tại H và cắt dây BC tại K. Tam giác ABK là tam giác gì?  
A. Tam giác vuông      B. Tam giác đều  
C. Tam giác cân      D. Tam giác vuông cân
6. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O ; R) sao cho dây AB căng cung có số đo  $120^\circ$ . Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ AB, vẽ đường tròn (D ; R') với  $R' < R$  cắt hai dây, DA và DB lần lượt tại P và Q. I là điểm tùy ý trên cung lớn PQ. Hãy so sánh hai góc ACB và PIQ  
A.  $\widehat{ACB} < \widehat{PIQ}$       B.  $\widehat{ACB} = \widehat{PIQ}$       C.  $\widehat{ACB} > \widehat{PIQ}$

- A.**  $R^2\sqrt{3}$       **B.**  $R^2\sqrt{5}$       **C.**  $\frac{2R\sqrt{2}}{3}$       **D.**  $\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$

## ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Câu | C | B | D | A | C | B | C | A | D | A  |

## Vấn đề 4.

### GÓC CÓ ĐỈNH Ở BÊN TRONG ĐƯỜNG TRÒN.

### GÓC CÓ ĐỈNH Ở BÊN NGOÀI ĐƯỜNG TRÒN.

### CUNG CHỨA GÓC

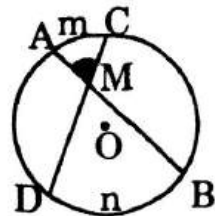
#### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### 1 Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn

##### Định lý:

Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo của hai cung bị chắn.

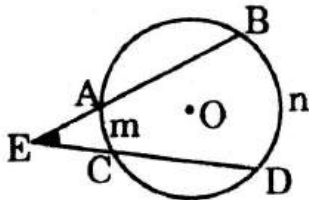
$$\widehat{AMC} = \frac{1}{2} (\text{sđ } \widehat{AmC} + \text{sđ } \widehat{BnD})$$



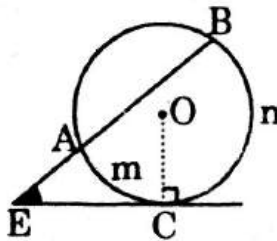
#### 2 Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn

##### Định lý

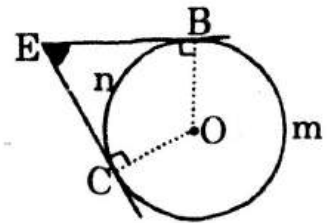
Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo của hai cung bị chắn.



$$\widehat{E} = \frac{1}{2} (\text{sđ } \widehat{BnD} - \text{sđ } \widehat{AmC})$$



$$\widehat{E} = \frac{1}{2} (\text{sđ } \widehat{BnC} - \text{sđ } \widehat{AmC})$$



$$\widehat{E} = \frac{1}{2} (\text{sđ } \widehat{BmC} - \text{sđ } \widehat{BnC})$$

#### ❖ Cung chứa góc

##### ☆ Định lý:

Tập hợp những điểm M sao cho  $\widehat{AMB} = \alpha$  không đổi với A và B cố định là cung chứa góc  $\alpha$  dựng trên đoạn AB.

$$\begin{cases} A, B \text{ cố định} \\ \widehat{AMB} \text{ (không đổi)} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Tập hợp những điểm M là hai cung chứa góc  $\alpha$  dựng trên đoạn AB

\* **Chú ý**

- Hai cung chứa góc  $\alpha$  nói trên là hai cung tròn đối xứng với nhau qua  $AB$ .
- Hai điểm  $A$  và  $B$  được coi là thuộc quỹ tích.
- Quỹ tích (tập hợp) các điểm nhìn đoạn  $AB$  cho trước dưới một góc vuông là đường tròn đường kính  $AB$ .

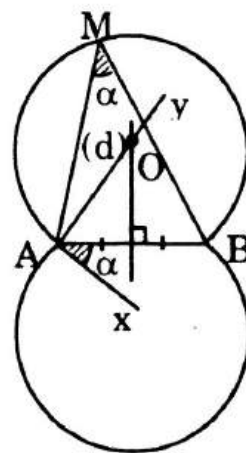
❖ **Cách vẽ cung chứa góc**

Để vẽ cung chứa góc  $\widehat{AMB} = \alpha$  dựng trên đoạn thẳng  $AB$  ta thực hiện các bước sau :

- Vẽ tia  $Ax$  hợp với đoạn  $AB$  một góc  $\widehat{BAx} = \alpha$  ;
- Vẽ tia  $Ay$  vuông góc với  $Ax$  ;
- Vẽ  $(d)$  là đường trung trực của  $AB$ .

Gọi  $O$  là giao điểm của  $Ay$  và  $(d)$  thì  $O$  là tâm đường tròn chứa cung  $AMB$  ( $\widehat{AMB} = \alpha$ ).

Ta có thể vẽ hai cung đối xứng nhau qua  $AB$ .



## B. BÀI TẬP

1. Trên đường tròn  $(O)$  lấy ba cung liên tiếp  $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$  sao cho số đo của chúng đều bằng  $50^\circ$ . Gọi  $I$  là giao điểm của hai tia  $AB$  và  $DC$ ,  $H$  là giao điểm của hai dây  $AC$  và  $BD$ .

Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $\widehat{AHD} = 140^\circ$

B.  $\widehat{AIC} = 80^\circ$

C.  $\triangle IAB$  là tam giác cân

D. Chỉ có A) sai

2. Với giả thiết ở bài 1.

A.  $\triangle HBC$  là tam giác cân

B.  $\triangle IBC$  là tam giác cân

C.  $IH$  là đường trung trực của dây  $BC$

D. A), B), C) đều đúng

3. Với giả thiết ở bài 1. Tứ giác  $ABCD$  là hình gì?

A. Hình thang

B. Hình thang cân

C. Hình thang vuông

D. A), B), C) đều sai

4. Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ ,  $C$  là điểm tùy ý trên nửa đường tròn. Tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $A$  cắt tia  $BC$  tại  $D$ . Tia phân giác của góc  $BAC$  cắt dây  $BC$  tại  $M$  và cung  $BC$  tại  $N$ .  $\triangle DAM$  là tam giác gì?

A. Tam giác vuông

B. Tam giác vuông cân

C. Tam giác cân

D. Tam giác đều

- 5.** Với đề bài 4, gọi H là giao điểm của tia phân giác của góc ADM và dây AC. Xác định vị trí của H trong  $\triangle DAM$ .

### A. H là trọng tâm

### B. H là trục tâm

**C. H là tâm đường tròn nội tiếp**

**D.H là tâm đường tròn ngoại tiếp**

- 6. Xét bài toán : “Dựng cung chứa góc  $40^\circ$  trên đoạn thẳng  $AB = 5\text{cm}$ ”**

Hãy sắp xếp một cách hợp lí các câu sau để được lời giải của bài toán trên

- a) Dụng đường trung trực  $d$  của  $AB$ , cắt  $Ay$  tại  $O$

- b) Vẽ cung tròn  $AmB$  tâm  $O$  bán kính  $OA$ . Đó là cung chứa góc  $40^\circ$  cần dựng

- c) Dùng  $\widehat{BAx} = 40^\circ$

- d) Dựng tia  $Ay \perp Ax$

- e) Dùng  $AB = 5\text{cm}$

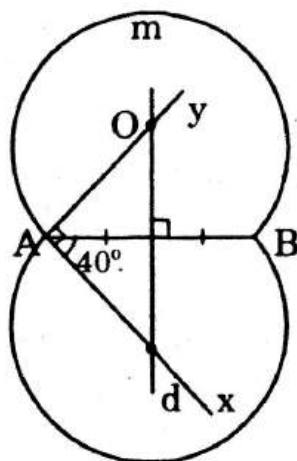
Sắp xếp nào sau đây hợp lí :

- A. a), b), c), d); e)**

- B.** e), b), c), d), b)

- C. c), e), d), a), b)**

- D. e), c), d), a), b)**



7. Cho đường tròn tâm  $O$  và dây  $AB$ . Gọi  $M$  là trung điểm của dây  $AB$ . Cho  $A$  cố định.  $B$  di động trên  $(O)$ . Hỏi  $M$  di động trên đường nào?

- ### A. Đường thẳng AM

- B. Đường tròn tâm O bán kính OM**

- ### C. Đường tròn đường kính OA

- D. A), B), C) đều sai**

8. Cho tam giác ABC có  $\hat{A} = 80^\circ$  nội tiếp đường tròn (O), kéo dài BA một đoạn AD = AC. Cho BC cố định, A di động trên cung chứa góc  $80^\circ$  thuộc (O) thì D di động trên đường nào?

- A. Đường tròn tâm C, bán kính CD**

- B. Cung chứa góc  $40^\circ$  vẽ trên BC cùng phía với cung BAC**

- C. Hai cung chứa góc  $40^\circ$  vẽ trên BC và đối xứng nhau qua BC**

- ### D. Đường tròn đường kính BC

- 9.** Cho  $\Delta ABC$  có  $\hat{A} = 60^\circ$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$ . Gọi  $H$  và  $I$  theo thứ tự là trực tâm và tâm đường tròn nội tiếp của  $\Delta ABC$ . Hỏi ba điểm  $O, I, H$  thuộc đường nào sau đây?

- A. Đường thẳng song song với cạnh BC**

- B. Đường tròn tâm A bán kính AO**

C. Đường tròn đường kính BC

D. Cung chứa góc  $120^\circ$  vẽ trên cạnh BC

10. Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle ABC$ . Nếu cho BC cố định, A di động trên (O) thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. Khi A di động trên (O) thì I di động trên hai cung chứa góc  $135^\circ$  vẽ trên BC

B. Khi A di động trên (O) thì AI bao giờ cũng đi qua một điểm cố định trên (O)

C. A), B) đều đúng

D. A) đúng ; B) sai

### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Câu | A | D | B | C | B | D | C | B | D | C  |

## Vấn đề 5. TỨ GIÁC NỘI TIẾP - ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### 1 Định nghĩa

Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp).

#### 2 Định lý

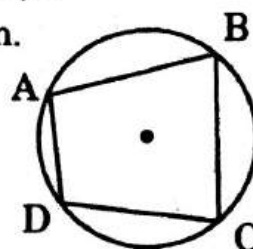
##### a) Định lý thuận

Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng  $180^\circ$ .

##### b) Định lý đảo

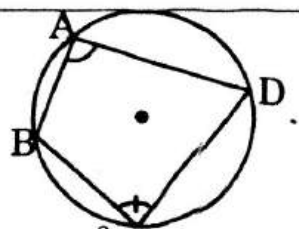
Nếu một tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng  $180^\circ$  thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.

$$\left( \begin{array}{l} \text{Tứ giác } ABCD \\ \text{nội tiếp được} \end{array} \right) \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} \widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ \\ \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ \end{array} \right]$$



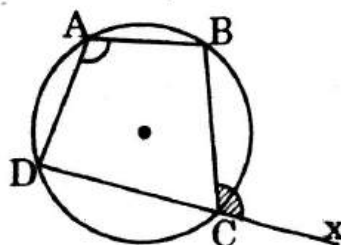
### 3 Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp

a) Tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng  $180^\circ$



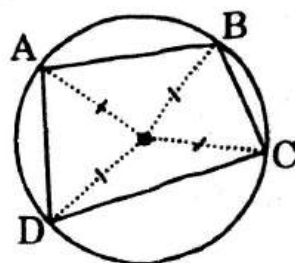
$$\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$$

b) Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện.



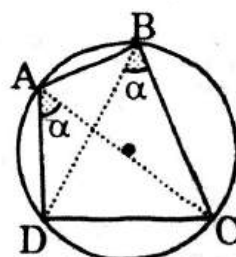
$$\widehat{BCx} = \widehat{BAD}$$

c) Tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm (mà ta có thể xác định được), điểm đó là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác.



$$OA = OB = OC = OD$$

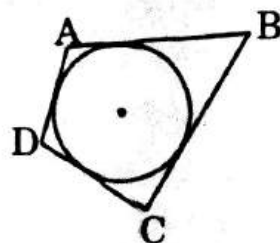
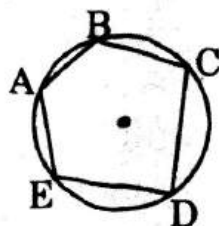
d) Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc  $\alpha$ .



### \* ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP - ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP

#### \* Định nghĩa:

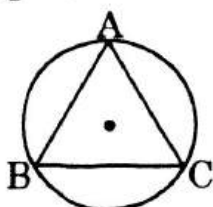
- 1) Nếu có một đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của một đa giác được gọi là đường tròn ngoại tiếp đa giác và đa giác đó được gọi là đa giác nội tiếp đường tròn.
- 2) Đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh của một đa giác được gọi là đường tròn nội tiếp đa giác và đa giác đó được gọi là đa giác ngoại tiếp đường tròn.



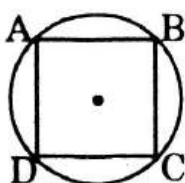
#### \* Định lý:

Bất kỳ đa giác đều nào cũng có một và chỉ một đường tròn ngoại tiếp, có một và chỉ một đường tròn nội tiếp.

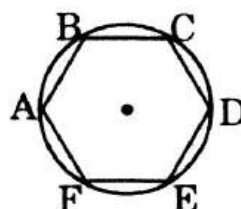
☆ **Hệ quả:**



**Hình 1**



**Hình 2**



**Hình 3**

- **Hình 1** Tam giác đều nội tiếp đường tròn (O; R)  $\Rightarrow$  Cạnh của tam giác đều bằng  $R\sqrt{3}$ .
- **Hình 2** Hình vuông nội tiếp đường tròn (O; R)  $\Rightarrow$  Cạnh của hình vuông bằng  $R\sqrt{2}$ .
- **Hình 3** Lục giác đều nội tiếp đường tròn (O; R)  $\Rightarrow$  Cạnh của lục giác đều bằng R.

## **B. BÀI TẬP**

- Các hình nào sau đây nội tiếp đường tròn?
  - Hình thang, hình chữ nhật
  - Hình thang cân, hình bình hành
  - Hình thoi, hình vuông
  - Hình thang cân, hình chữ nhật, hình vuông
- Tứ giác MNPQ có  $\widehat{M} = 75^\circ$  nội tiếp đường tròn (O). Số đo của góc P bằng:
  - $105^\circ$
  - $110^\circ$
  - $115^\circ$
  - $125^\circ$
- Cho tam giác nhọn ABC. Đường tròn đường kính BC cắt AB và AC theo thứ tự tại D và E. Gọi H là giao điểm của BE và CD, tia AH cắt BC tại F. Số tứ giác nội tiếp được đường tròn có trong hình vẽ là:
  - 4 tứ giác
  - 6 tứ giác
  - 7 tứ giác
  - 8 tứ giác
- Với giả thiết ở bài 3. Hãy xác định vị trí của điểm H trong  $\triangle DEF$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
  - H là trọng tâm
  - H là trực tâm
  - H là tâm đường tròn nội tiếp
  - H là tâm đường tròn ngoại tiếp
- Với giả thiết ở bài 3. Khẳng định nào sau đây đúng?
  - $\triangle AED \sim \triangle ABC$
  - $AD \cdot AB = AE \cdot AC$
  - A) và B) đều đúng
  - Chỉ có A) đúng

6. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I và K là theo thứ tự là điểm đối xứng của H qua hai cạnh AB và AC.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tứ giác AHBI nội tiếp đường tròn đường kính AB  
 B. Tứ giác AHCK nội tiếp đường tròn đường kính AC  
 C. Ba điểm I, A, K thẳng hàng  
 D. A), B), C) đều đúng

7. Với giả thiết ở bài 6.

Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

- A. ☐ Đường tròn đường kính IK đi qua H  
 B. ☐ BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính IK  
 C. ☐  $BI + CK = R$   
 D. ☐  $BI \cdot CK = R^2$

8. Cho lục giác đều ABCDEF nội tiếp đường tròn (O; 12cm)

Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

- A. ☐  $S_{\widehat{AB}} = S_{\widehat{BC}} = S_{\widehat{CD}} = S_{\widehat{DE}} = S_{\widehat{EF}} = S_{\widehat{FA}} = 30^\circ$   
 B. ☐ A, O, D thẳng hàng  
 C. ☐  $\triangle ACE$  là tam giác đều  
 D. ☐  $S_{ABCDEF} = 3R^2\sqrt{3}$

9. Cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O; R). Độ dài cạnh hình vuông bằng:

- A.  $\frac{R}{2}$                       B.  $R\sqrt{2}$                       C.  $\frac{R\sqrt{2}}{2}$                       D.  $\frac{R\sqrt{3}}{4}$

10. Điền vào chỗ trống (...) để được khẳng định đúng:

| Đa giác đều nội tiếp đường tròn (O ; R) | Tính theo R |                           |
|-----------------------------------------|-------------|---------------------------|
|                                         | Độ dài cạnh | Khoảng cách từ O đến cạnh |
| A. Lục giác đều                         | .....       | .....                     |
| B. Hình vuông                           | .....       | .....                     |
| C. Tam giác đều                         | .....       | .....                     |

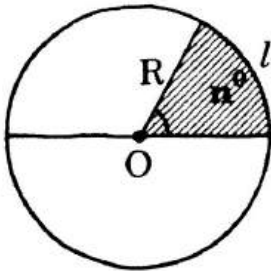
### ĐÁP ÁN

| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Câu | D | A | B | C | C | D | × | × | B | ×  |

## Vấn đề 6. ĐỘ DÀI ĐƯỜNG TRÒN, CUNG TRÒN

### DIỆN TÍCH HÌNH TRÒN, HÌNH QUẠT TRÒN

#### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

| Xét hình tròn tâm O                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Công thức tính                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  <ul style="list-style-type: none"> <li><math>R</math> : bán kính</li> <li><math>d</math> : đường kính (<math>d = 2R</math>)</li> <li><math>l</math> : độ dài cung <math>n^\circ</math></li> <li><math>C</math> : độ dài (chu vi) đường tròn</li> <li><math>S</math> : diện tích hình tròn</li> <li><b>Hình quạt tròn</b> là một phần của hình tròn giới hạn bởi một cung tròn và hai bán kính đi qua hai mút của cung đó (hình có gạch sọc)</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Chu vi đường tròn<br/><math>C = 2\pi R = \pi d</math></li> </ul>                                                          |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>Độ dài cung tròn <math>n^\circ</math><br/><math>l = \frac{\pi R \cdot n}{180}</math></li> </ul>                           |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>Diện tích hình tròn <math>S = \pi R^2</math></li> </ul>                                                                   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>Diện tích hình quạt tròn :<br/><math>S = \frac{\pi R^2 n}{360}</math> hay <math>S = \frac{l \cdot R}{2}</math></li> </ul> |

#### B. BÀI TẬP

1. Hãy điền số thích hợp vào ô trống trong bảng (làm tròn kết quả độ dài đến chữ số thập phân thứ nhất và góc đến độ, số  $\pi = 3,14$ )

|                                   |            |             |        |
|-----------------------------------|------------|-------------|--------|
| Bán kính R                        | 18cm       |             | 15,5cm |
| Số đo của cung tròn ( $n^\circ$ ) | $90^\circ$ | $100^\circ$ |        |
| Độ dài cung (l)                   |            | 36,5cm      | 21,4cm |

2. Cho đường tròn (O; 8cm) và dây AB căng cung có số đo  $120^\circ$  ( $\pi = 3,14$ )

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Chu vi của đường tròn (O) là 56,24cm
- B. Diện tích hình tròn (O) là  $210,96\text{cm}^2$
- C. Độ dài cung nhỏ AB là 18,75cm
- D. A), B), C) đều sai

3. Với giả thiết ở bài 2. Diện tích hình quạt tròn AOB bằng: (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị,  $\pi = 3,14$ )  
**A.**  $67\text{cm}^2$       **B.**  $79\text{cm}^2$       **C.**  $82\text{cm}^2$       **D.**  $84\text{cm}^2$
4. Với giả thiết ở bài 2. Diện tích hình viên phân giới hạn bởi hình quạt tròn AOB và dây AB bằng : (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị,  $\sqrt{3} = 1,73$ )  
**A.**  $31\text{cm}^2$       **B.**  $36\text{cm}^2$       **C.**  $39\text{cm}^2$       **D.**  $45\text{cm}^2$
5. Cho hai đường tròn đồng tâm (O; 8cm) và (O; 5cm). Hai bán kính OM, ON của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ tại E và F. Cho biết góc  $\widehat{MON} = 100^\circ$ . Diện tích hình vành khăn (hình giới hạn bởi hai đường tròn) bằng : (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)  
**A.**  $119,5\text{cm}^2$       **B.**  $122,5\text{cm}^2$       **C.**  $128,4\text{cm}^2$       **D.**  $132,6\text{cm}^2$
6. Với giả thiết ở bài 5. Tính diện tích hình giới hạn bởi hai cung nhỏ EF và MN ? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).  
**A.**  $38,54\text{cm}^2$       **B.**  $40,62\text{cm}^2$   
**C.**  $41,56\text{cm}^2$       **D.** Một kết quả khác
7. Cho đường tròn (O; R) vẽ hai bán kính OA và OB vuông góc với nhau, tiếp tuyến của (O) tại A và B cắt nhau tại T. Tính theo R diện tích hình giới hạn bởi hai tiếp tuyến TA, TB và cung nhỏ AB.  
**A.**  $\frac{R^2}{4}(4 - \pi)$       **B.**  $\frac{R^2}{4}(\pi - 3)$   
**C.**  $\frac{R^2}{3}(\pi + 1)$       **D.** A), B), C) đều sai
8. Cho hai đường tròn (O; 6cm) và (O'; 2cm) tiếp xúc ngoài tại A, BC là tiếp tuyến chung ngoài,  $B \in (O)$ ,  $C \in (O')$ . Tính số đo của các góc AOB và AO'C  
 Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $\widehat{AOB} = 45^\circ$ ,  $\widehat{AO'C} = 135^\circ$       **B.**  $\widehat{AOB} = 50^\circ$ ,  $\widehat{AO'C} = 130^\circ$   
**C.**  $\widehat{AOB} = 60^\circ$ ,  $\widehat{AO'C} = 120^\circ$       **D.** Một kết quả khác
9. Với giả thiết ở bài 8. Tính tỉ số diện tích của hai hình quạt tròn AO'C và AOB. Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $\frac{1}{6}$       **B.**  $\frac{2}{9}$       **C.**  $\frac{3}{8}$       **D.**  $\frac{4}{5}$

10. Với giả thiết ở bài 8. Tính diện tích

hình có gạch sọc. (Xem hình vẽ)

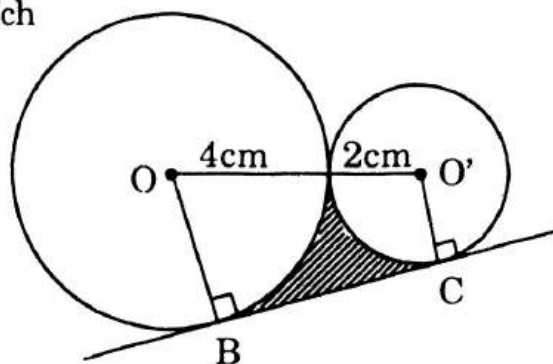
Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $3,55\text{cm}^2$

B.  $3,89\text{cm}^2$

C.  $4,15\text{cm}^2$

D.  $4,65\text{cm}^2$



### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Câu | × | D | A | C | B | D | A | C | B | D  |

## ÔN TẬP CHƯƠNG III

### A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### ❖ Các định nghĩa

- Góc ở tâm là góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn.
- Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.
  - Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa  $360^\circ$  và số đo của cung nhỏ.
  - Số đo của nửa đường tròn bằng  $180^\circ$ .
- Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây của đường tròn đó.
- Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung là góc có đỉnh tại tiếp điểm, một cạnh là tia tiếp tuyến và cạnh kia chứa dây cung.
- Tứ giác nội tiếp đường tròn là tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn.
- Đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của một đa giác gọi là đường tròn ngoại tiếp đa giác và đa giác được gọi là đa giác nội tiếp đường tròn.
- Đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh của một đa giác được gọi là đường tròn nội tiếp đa giác và đa giác được gọi là đa giác ngoại tiếp đường tròn.

#### ❖ Các định lý

- Nếu C là điểm nằm trên cung AB thì  $\widehat{AB} = \widehat{AC} + \widehat{CB}$ .

- 2) Với hai cung nhỏ trong một đường tròn, hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau và ngược lại.
- 3) Với hai cung nhỏ trong một đường tròn, cung lớn hơn căng dây lớn hơn và ngược lại.
- 4) Trong một đường tròn, hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau.
- 5) Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.
- 6) Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây cung (không phải là đường kính) thì chia cung căng dây ấy thành hai cung bằng nhau.
- 7) Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại.
- 8) Số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.
- 9) Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.
- 10) Trong một đường tròn :
  - a) Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.
  - b) Các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
  - c) Các góc nội tiếp chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.
  - d) Góc nội tiếp nhỏ hơn hoặc bằng  $90^\circ$  có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.
  - e) Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông và ngược lại, góc vuông nội tiếp thì chắn nửa đường tròn.
  - g) Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
- 11) Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.
- 12) Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.
- 13) Quỹ tích các điểm nhìn một đoạn thẳng cho trước dưới góc  $\alpha$  không đổi là hai cung chứa góc  $\alpha$  dựng trên đoạn thẳng đó ( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ).
- 14) Một tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng  $180^\circ$  thì nội tiếp được đường tròn và ngược lại.

15) Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp :

- a) Tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ .
- b) Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện.
- c) Tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm (mà ta có thể xác định được). Điểm đó là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác.
- d) Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc  $\alpha$ .

16) Hình thang nội tiếp được đường tròn là hình thang cân và ngược lại.

17) Bất kỳ đa giác đều nào cũng có một và chỉ một đường tròn ngoại tiếp, có một và chỉ một đường tròn nội tiếp.

18) Trên đường tròn bán kính  $R$ , độ dài  $\ell$  của một cung  $n^\circ$  được tính theo công thức  $\ell = \frac{\pi \cdot R \cdot n}{180}$

19) Diện tích hình quạt tròn bán kính  $R$ , cung  $n^\circ$  được tính theo công

thức:  $S = \frac{\pi R^2 n}{360}$  hay  $S = \frac{\ell R}{2}$

( $\ell$  là độ dài cung  $n^\circ$  của hình quạt tròn)

## B. BÀI TẬP

1. Cho hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; R')$  với  $R > R'$  tiếp xúc ngoài nhau tại  $A$ . Một đường thẳng qua  $A$  cắt  $(O)$  tại  $B$  và cắt  $(O')$  tại  $C$ . Hãy so sánh hai cung nhỏ  $\widehat{AB}$  và  $\widehat{AC}$

• Bạn Tâm đã làm như sau :

Bước 1:  $\triangle OAB$  cân tại  $O$

$$\Rightarrow \widehat{AOB} = 180^\circ - 2\widehat{A_1} \quad (1)$$

$\triangle O'AC$  cân tại  $O'$

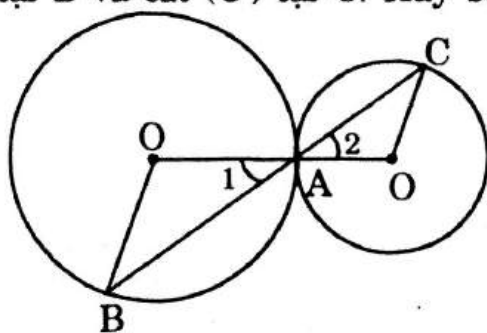
$$\Rightarrow \widehat{AO'C} = 180^\circ - 2\widehat{A_2} \quad (2)$$

Bước 2: Mà  $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$  (hai góc đối đỉnh)

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{AO'C}$$

Bước 3: Ta có:  $\widehat{AOB} = S\widehat{AB}$ ,  $\widehat{AO'C} = S\widehat{AC}$

$$\Rightarrow S\widehat{AB} = S\widehat{AC} \text{ (vì } \widehat{AOB} = \widehat{AO'C}) \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC}$$



- Bạn Hồng đã làm như sau :

Bước 1:  $\Delta OAB$  cân tại  $O \Rightarrow \widehat{AOB} = 180^\circ - 2\widehat{A_1}$

$\Delta O'AC$  cân tại  $O' \Rightarrow \widehat{AO'C} = 180^\circ - 2\widehat{A_2}$

Mà  $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$  (hai góc đối đỉnh)  $\Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{AO'C}$

Bước 2: Đặt  $\widehat{AOB} = \widehat{AO'C} = n^\circ$ , ta có :

Độ dài cung  $AB$  bằng  $\frac{\pi R n}{180}$  (1)

Độ dài cung  $AC$  bằng  $\frac{\pi R' n}{180}$  (2)

Bước 3: Ta có  $R > R'$  (gt); (1) và (2)  $\Rightarrow \frac{\pi R n}{180} > \frac{\pi R' n}{180}$ . Vậy  $\widehat{AB} > \widehat{AC}$

Theo em hai bạn Tâm và Hồng ai đúng? ai sai?

- A. Tâm và Hồng đều đúng                      B. Tâm và Hồng đều sai  
C. Tâm sai, Hồng đúng                          D. Tâm đúng, Hồng sai

2. Từ điểm  $P$  ở bên ngoài đường tròn  $(O)$  vẽ tiếp tuyến  $PM$  với  $(O)$ ,  $M$  là tiếp điểm. Đường thẳng  $PO$  cắt  $(O)$  tại  $A$  và  $B$  ( $A$  ở giữa  $P$  và  $O$ )

Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\Delta PAM \sim \Delta PMB$  B.  $PM^2 = PA.PB$

C. Chỉ có A), đúng D. A) và B) đều đúng

3. Cho hai đường tròn bằng nhau  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại  $A$  và  $B$ . Vẽ hai đường kính  $AOC$  và  $AO'D$ . Gọi  $E$  là giao điểm đường thẳng  $AC$  và  $(O')$ .

Hãy so sánh hai cung nhỏ  $BC$  và  $BD$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\widehat{BC} = \widehat{BD}$                       B.  $\widehat{BC} < \widehat{BD}$                       C.  $\widehat{BC} > \widehat{BD}$

4. Với giả thiết ở bài 3. Hãy so sánh hai cung nhỏ  $BE$  và  $BD$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\widehat{BE} < \widehat{BD}$                       B.  $\widehat{BE} = \widehat{BD}$                       C.  $\widehat{BE} > \widehat{BD}$

5. Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $M$  và  $N$  theo thứ tự là điểm chính giữa của hai cung nhỏ  $AB$  và  $AC$ . Dây  $MN$  cắt  $AB$  tại  $H$ ,  $AC$  tại  $K$ .  $\Delta AHK$  là tam giác gì?

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tam giác cân                                      B. Tam giác đều  
C. Tam giác vuông                                  D. Tam giác vuông cân

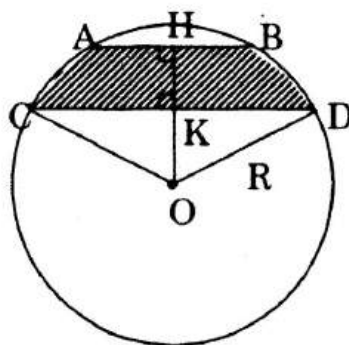
6. Cho nửa đường tròn (O) có bán kính OC vuông góc với đường kính AB. Vẽ dây AD cắt OC tại M sao cho MD = MO.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tứ giác OMDB nội tiếp đường tròn  
 B. BM là tia phân giác của góc OBD  
 C.  $\widehat{BAD} = 30^\circ$   
 D. A), B), C) đều đúng
7. Cho đường tròn (O; R), hai dây song song AB và CD nằm cùng phía đối với tâm O. Dây AB bằng cạnh lục giác đều nội tiếp, dây CD bằng cạnh tam giác đều nội tiếp. (Xem hình vẽ)

Diện tích của hình có gạch sọc bằng :

- A.  $\frac{\pi R^2}{2}$   
 B.  $\frac{\pi R^2}{6}$   
 C.  $\frac{3\pi R^2}{4}$   
 D.  $\frac{2\pi R^2}{3}$



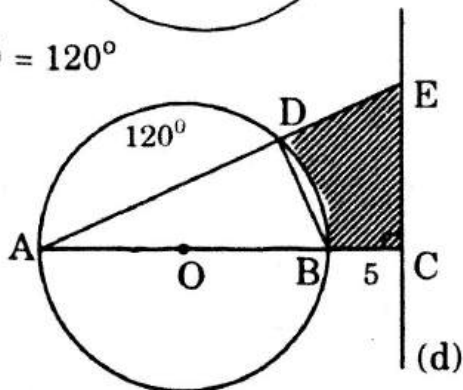
8. Hình bên cho biết :

– Đường tròn (O; 10cm), BC = 5cm, Sđ  $\widehat{AD} = 120^\circ$

– (d)  $\perp$  AC tại C

Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. Tứ giác BDEC nội tiếp được đường tròn  
 B.  $\triangle ADB \sim \triangle ACE$   
 C.  $AB.AC = AD.AE$   
 D. A), B) đúng; C) sai
9. Với giả thiết ở bài 8. Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung nhỏ BD và dây BD. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị với  $\pi = 3,14$  ;  $\sqrt{3} = 1,73$ )



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $5\text{cm}^2$   
 B.  $6\text{cm}^2$   
 C.  $9\text{cm}^2$   
 D.  $11\text{cm}^2$
10. Với giả thiết ở bài 8. Tính diện tích hình có gạch sọc. (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị với  $\pi = 3,14$  ;  $\sqrt{3} = 1,73$ )

- A.  $84\text{cm}^2$   
 B.  $104\text{cm}^2$   
 C.  $110\text{cm}^2$   
 D.  $145\text{cm}^2$

### ĐÁP ÁN

| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Câu | C | D | A | B | A | D | B | D | C | A  |

# HƯỚNG DẪN GIẢI

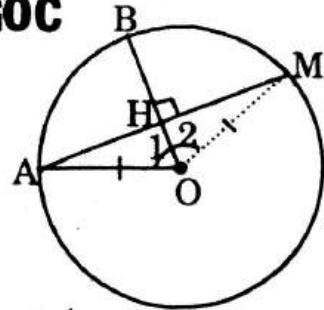
## 1. GÓC Ở TÂM, SỐ ĐO GÓC

1. **(D)**  $\triangle OAM$  cân tại  $O$  nên đường cao  $OH$  cũng là phân giác của góc  $AOM$   
 $\Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} = 80^\circ$  (vì  $\widehat{AOH} = 80^\circ$ )

$$\Rightarrow \text{Sđ } \widehat{AB} = \text{Sđ } \widehat{BM} = 80^\circ$$

(Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó)

$$\Rightarrow \text{Sđ } \widehat{AM} = 160^\circ$$



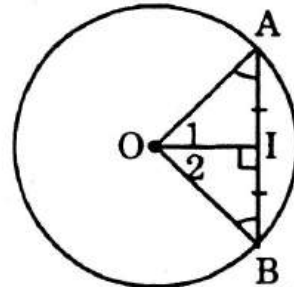
2. **(B)** Vẽ  $OI \perp AB$  tại  $I \Rightarrow IA = IB = \frac{R\sqrt{2}}{2}$  (vì  $AB = R\sqrt{2}$ )

Từ  $\triangle OIA$  vuông tại  $I$ , ta có :

$$\sin O_1 = \frac{AI}{OA} = \frac{\frac{R\sqrt{2}}{2}}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{O_1} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{O_2} = 45^\circ \text{ (vì } \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \text{)}$$

$$\text{Do đó } \widehat{AOB} = \widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 90^\circ \Rightarrow \text{Sđ } \widehat{AB} = 90^\circ$$



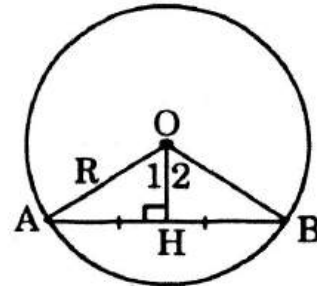
3. **(C)** Vẽ  $OH \perp AB$  tại  $H \Rightarrow HA = HB = \frac{R\sqrt{3}}{2}$  (vì  $AB = R\sqrt{3}$ )

Từ  $\triangle OHA$  vuông tại  $H$ , ta có :

$$\sin O_1 = \frac{HA}{OA} = \frac{\frac{R\sqrt{3}}{2}}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{O_1} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{O_2} = 60^\circ \text{ (vì } \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \text{)}$$

$$\text{Do đó: } \widehat{AOB} = \widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 120^\circ \Rightarrow \text{Sđ } \widehat{AB} = 120^\circ$$



\* Ghi chú : Cho đường tròn  $(O ; R)$  và dây  $AB$ , ta có :

$$\text{-- Sđ } \widehat{AB} = 60^\circ \Leftrightarrow AB = R$$

Dây  $AB$  là cạnh của lục giác đều nội tiếp  $(O)$

$$\text{-- Sđ } \widehat{AB} = 90^\circ \Leftrightarrow AB = R\sqrt{2}$$

Dây  $AB$  là cạnh của hình vuông nội tiếp  $(O)$

$$\text{-- Sđ } \widehat{AB} = 120^\circ \Leftrightarrow AB = R\sqrt{3}$$

Dây  $AB$  là cạnh của tam giác đều nội tiếp  $(O)$

4. (D)

A. Ta có:  $AB \parallel OC$  (gt)  $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{C}$  (so le trong) (1)

$\Delta OAC$  cân tại O  $\Rightarrow \widehat{A_2} = \widehat{C}$  (2)

(1) và (2)  $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$

Vậy AC là tia phân giác của góc OAB

B. Ta có:  $Sđ\widehat{AB} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 100^\circ$

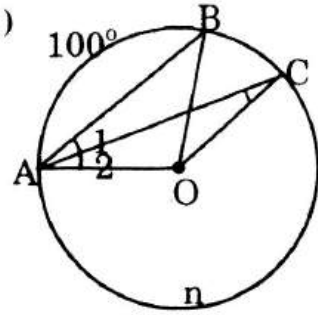
$\Delta AOB$  cân tại O, ta có:

$$\widehat{A} = \widehat{B} = \frac{180^\circ - \widehat{O}}{2} = \frac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2} = \frac{1}{2} \widehat{A} = 20^\circ$$

$\Delta AOC$  cân tại O, ta có:

$$\widehat{AOC} = 180^\circ - 2\widehat{A_2} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \Rightarrow Sđ\widehat{AC} = 140^\circ$$

C. Ta có:  $Sđ\widehat{AnC} = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$



5. (A)

•  $\widehat{O_1}$  là góc ngoài của tam giác cân OAB (cân tại O) nên:

$$\widehat{O_1} = \widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 2\widehat{A_1} \quad (1)$$

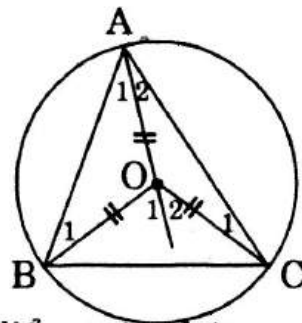
•  $\widehat{O_2}$  là góc ngoài của tam giác cân OAC (cân tại O) nên:

$$\widehat{O_2} = \widehat{A_2} + \widehat{C_1} = 2\widehat{A_2} \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \underbrace{\widehat{O_1} + \widehat{O_2}}_{\widehat{BOC}} = 2(\underbrace{\widehat{A_1} + \widehat{A_2}}_{\widehat{BAC}})$$

$$\text{Hay } \widehat{BOC} = 2.60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{Vậy } Sđ\widehat{BC} = 120^\circ$$



6. (B) Tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta ABC$  là giao điểm các đường phân giác của góc B và C, ta có:

$$\widehat{B_1} = \widehat{B_2} = \frac{1}{2} \widehat{B} \text{ và } \widehat{C_1} = \widehat{C_2} = \frac{1}{2} \widehat{C}$$

Từ  $\Delta ABC$  suy ra:

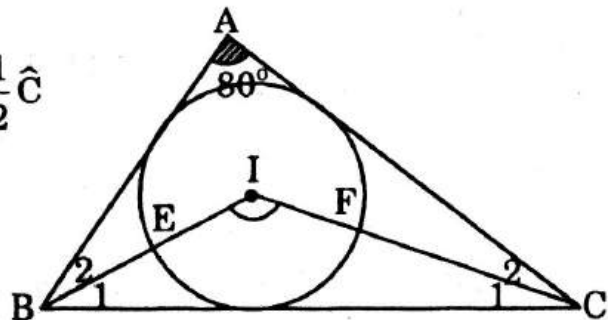
$$\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A}$$

$$= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{B_1} + \widehat{C_1} = \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

Từ  $\Delta BIC$  suy ra:

$$\widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{B_1} + \widehat{C_1}) = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \Rightarrow Sđ\widehat{EF} = 130^\circ$$



7. A. ĐB. ĐC. SD. S

\* Giải thích

A. Vì I là tâm đường tròn đường kính OP = 2R nên :

$$OI = IP = \frac{1}{2} OP = R. \text{ Vậy điểm I thuộc đường tròn } (O; R)$$

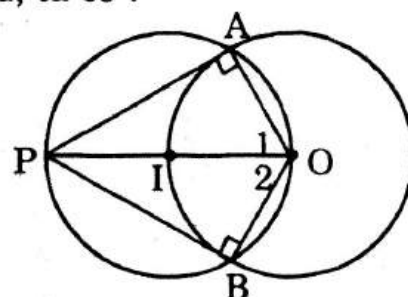
B.  $\triangle OAP$  vuông ở A và  $\triangle OBP$  vuông ở B (vì nội tiếp trong của đường tròn (I)).  $\Rightarrow PA \perp OA$  và  $PB \perp OB$  $\Rightarrow PA$  và  $PB$  là hai tiếp tuyến của đường tròn (O)

C. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có :

$$\widehat{O_1} = \widehat{O_2} = \frac{1}{2} \widehat{AOB} \quad (*)$$

$$\text{Mà } \cos O_1 = \frac{OA}{OP} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{O_1} = 60^\circ$$

$$(*) \Rightarrow \widehat{AOB} = 2\widehat{O_1} = 120^\circ \Rightarrow \text{Sđ } \widehat{AB} = 120^\circ$$

8. D Từ  $\triangle AOD$  vuông tại O, ta có :

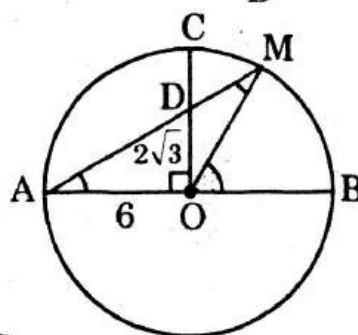
$$\text{tg} A = \frac{OD}{OA} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{A} = 30^\circ$$

$$\triangle OAM \text{ cân tại O} \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{M}$$

 $\widehat{BOM}$  là góc ngoài của  $\triangle OAM$ 

$$\Rightarrow \widehat{BOM} = \widehat{A} + \widehat{M} = 2\widehat{A} = 2.30^\circ = 60^\circ$$

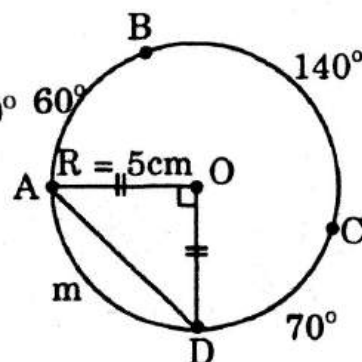
$$\Rightarrow \text{Sđ } \widehat{BM} = 60^\circ \text{ (chắn bởi góc ở tâm } \widehat{BOM})$$

9. C Ta có:  $\text{Sđ } \widehat{AmD} = 360^\circ - \text{Sđ}(\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD})$ 

$$= 360^\circ - (60^\circ + 140^\circ + 70^\circ) = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AOD} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle AOD \text{ vuông cân tại O} \Rightarrow AD = 5\sqrt{2}\text{cm}$$

10. A Ta có :  $\text{Sđ } \widehat{AB} = \text{Sđ } \widehat{BC} = 130^\circ$  (gt)

$$\Rightarrow \text{Sđ } \widehat{ABD} = 130^\circ.2 = 260^\circ$$

$$\Rightarrow \text{Sđ } \widehat{AmD} = 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$$

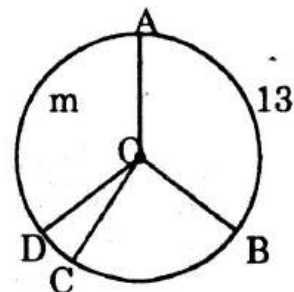
$$\text{Ta có: } \text{Sđ } \widehat{AB} = \text{Sđ } \widehat{AmC} = 130^\circ \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \text{Sđ } \widehat{AmC} > \text{Sđ } \widehat{AmD}$$

$$\Rightarrow D \text{ nằm giữa hai điểm A và C}$$

$$\Rightarrow \text{Sđ } \widehat{AmD} + \text{Sđ } \widehat{DC} = \text{Sđ } \widehat{AmC}$$

$$\Rightarrow \text{Sđ } \widehat{DC} = \text{Sđ } \widehat{AmC} - \text{Sđ } \widehat{AmD} = 130^\circ - 100^\circ = 30^\circ$$



\* **Cách khác**

Ta có:  $Sđ\widehat{AB} = Sđ\widehat{BD} = Sđ\widehat{AC} = 130^\circ$  (gt)

$$\Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 130^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AOD} = 360^\circ - (\widehat{AOB} + \widehat{BOD}) = 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AOC} > \widehat{AOD} \quad (130^\circ > 100^\circ) \Rightarrow OD \text{ nằm giữa } OA \text{ và } OC$$

$$\Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{AOD} + \widehat{COD} \Rightarrow \widehat{COD} = \widehat{AOC} - \widehat{AOD} = 130^\circ - 100^\circ = 30^\circ$$

$$\text{Do đó } Sđ\widehat{CD} = 30^\circ$$

## 2. LIÊN HỆ GIỮA CUNG VÀ DÂY

1. **(D)**

A. Hai tam giác cân OAC và OBD có :

$$OA = OC = OB = OD = R$$

$$\widehat{A} = \widehat{B} \text{ (so le trong)}$$

$$\Rightarrow \triangle OAC = \triangle OBD \Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{BOD}$$

$$\text{Mà } \widehat{BOD} + \widehat{AOD} = 180^\circ \text{ (hai góc kề bù)}$$

$$\Rightarrow \widehat{AOC} + \widehat{AOD} = 180^\circ \Rightarrow C, O, D \text{ thẳng hàng}$$

B.  $\triangle OAC = \triangle OBD$  (cmt)  $\Rightarrow AC = BD \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$

C.  $AC = BD \Rightarrow OH = OK$

2. **(B)** Ta có:  $Sđ\widehat{AD} = 360^\circ - Sđ(\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD})$

$$= 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 120^\circ)$$

$$= 90^\circ$$

3. **(A)** Ta có:  $Sđ\widehat{AB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 60^\circ$

$$\Rightarrow \triangle OAB \text{ là tam giác đều} \Rightarrow \widehat{A} = 60^\circ$$

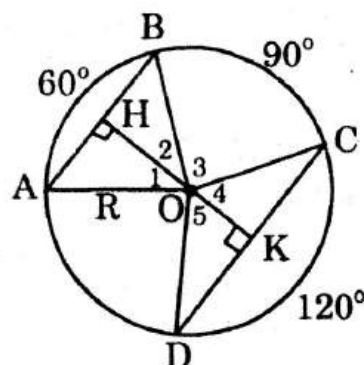
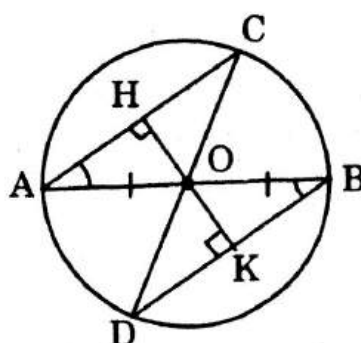
Từ  $\triangle OHA$  vuông tại H, ta có :

$$OH = OA \cdot \sin A = R \cdot \sin 60^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

4. **(C)** Chứng minh tương tự trên, ta có:  $OK = \frac{R}{2}$

5. **(D)** Tương tự bài tập số 2 và 3 (vấn đề 1)

$$\text{Đáp số: } AB = R, BD = R\sqrt{2}, CD = R\sqrt{3}$$



6. (C)

A.  $\triangle OAB$  cân ở O có đường cao AH cũng là phân giác của góc AOB

$$\Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} = 30^\circ \text{ (vì } \widehat{AOB} = 60^\circ \text{)}$$

Tương tự ta có:  $\widehat{O_4} = \widehat{O_5} = 60^\circ$  (vì  $\widehat{OCD} = 120^\circ$ )

Ta còn có:  $\widehat{O_3} = \widehat{BOC} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{O_2} + \widehat{O_3} + \widehat{O_4} = 30^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow H, O, K \text{ thẳng hàng}$$

$\Rightarrow AB \parallel CD$  (vì cùng vuông góc với HK)

B. Ta có:  $HK = OH + OK = \frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R}{2} = \frac{R}{2}(\sqrt{3} + 1)$

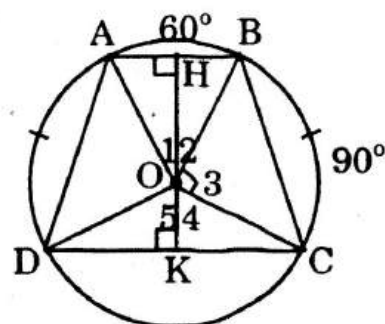
C. Ta có:  $AB \parallel CD$

$\Rightarrow ABCD$  là hình thang đường cao HK

$$\Rightarrow S_{ABCD} = HK \left( \frac{AB + CD}{2} \right)$$

$$= \frac{R}{2}(\sqrt{3} + 1) \cdot \frac{R}{2}(\sqrt{3} + 1)$$

$$= \frac{R^2}{4}(4 + 2\sqrt{3}) = \frac{R^2}{2}(2 + \sqrt{3})$$



7. (B)  $\triangle ABD$  cân tại A  $\Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{D_1} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2} < 90^\circ$

nên  $\widehat{D_1}$  là góc nhọn

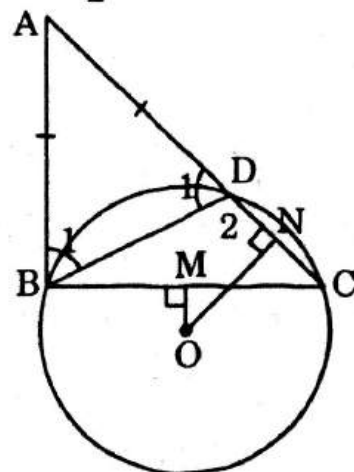
Ta có:  $\widehat{D_1} + \widehat{D_2} = 180^\circ$  (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{D_2} = 180^\circ - \widehat{D_1} > 90^\circ$  nên  $\widehat{D_2}$  là góc tù

$\Rightarrow \widehat{D_2}$  là góc lớn nhất trong  $\triangle BCD$

$\Rightarrow BC > CD \Rightarrow BC$  gần tâm O hơn CD

Do đó  $OM < ON$



8. (A)  $\triangle OMA$  và  $\triangle ONB$  có:  $AM = BN$

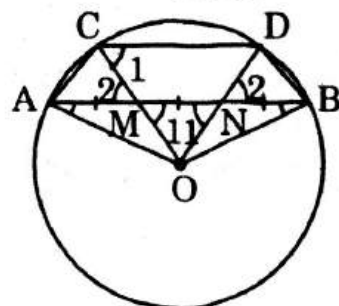
$$\widehat{A} = \widehat{B}; AO = BO$$

$\Rightarrow \triangle OMA = \triangle ONB$  (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{OMA} = \widehat{ONB} \Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{N_1}$$

$$\text{(Vì } \widehat{OMA} + \widehat{M_1} = \widehat{ONB} + \widehat{N_1} = 180^\circ \text{)}$$

Do đó  $\triangle OMN$  cân ở O



• (D)

$$\text{A. } \triangle OMN \text{ cân ở } O \Rightarrow \widehat{M_1} = \frac{180^\circ - \widehat{MON}}{2} \quad (1)$$

$$\triangle OCD \text{ cân ở } O \Rightarrow \widehat{C_1} = \frac{180^\circ - \widehat{MON}}{2} \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{C_1} \Rightarrow AB \parallel CD \quad (3)$$

B. Hai tam giác MAC và NBD có:  $MA = NB$  (gt)

$$\widehat{M_2} = \widehat{N_2} \quad (\text{vì } \widehat{M_1} = \widehat{N_1} \text{ cmt})$$

$$MC = ND \quad (\text{vì } OC - OM = OD - ON)$$

$$\Rightarrow \triangle MAC = \triangle NBD \Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{NBD} \quad (4)$$

(3) và (4)  $\Rightarrow$  ACDB là hình thang cân

C.  $\Rightarrow AD = BC$  (hai đường chéo của hình thang cân)  $\Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC}$

$$\text{0. (C) } \triangle OMN \text{ cân tại } O \Rightarrow \widehat{M_1} = 90^\circ - \frac{\widehat{O_1}}{2} < 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{M_2} = 180^\circ - \widehat{M_1} > 90^\circ$$

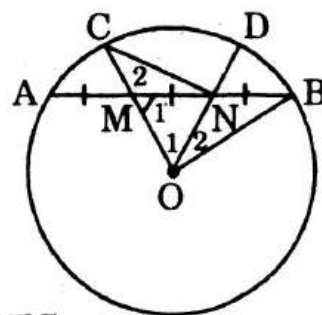
Trong  $\triangle MCN$  có  $\widehat{M_2}$  là góc tù  $\Rightarrow CN > MN$

Mà  $MN = NB$  Nên  $CN > NB$

Hai tam giác OCN và OBN có: ON: Cạnh chung

OC = OB

$$CN > NB \text{ (cmt)} \Rightarrow \widehat{O_1} > \widehat{O_2} \Rightarrow Sđ\widehat{CD} > Sđ\widehat{BD} \Rightarrow \widehat{CD} > \widehat{BD}$$



\* Ghi chú

Sử dụng định lí sau đây để chứng minh bài 10: "Nếu hai tam giác có hai cạnh tương ứng bằng nhau từng đôi một nhưng hai cạnh thứ ba không bằng nhau thì hai góc đối diện với hai cạnh không bằng nhau đó cũng không bằng nhau và góc nào đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn"

### 3. GÓC NỘI TIẾP

#### GÓC TẠO BỞI TIẾP TUYẾN VÀ DÂY CUNG

1. (C) Ta có:  $\widehat{AM} = \frac{1}{5} \widehat{AB}$  (gt)  $\Rightarrow Sđ \widehat{AM} = \frac{1}{5} \cdot 180^\circ = 36^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{B} = \frac{1}{2} Sđ \widehat{AM} = 18^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn } \widehat{AM} \text{)}$$

$\triangle MAB$  vuông ở M (vì nội tiếp trong nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \widehat{A} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$$

$$\text{Vậy } \widehat{M} = 90^\circ, \widehat{A} = 72^\circ, \widehat{B} = 18^\circ$$



2. (B)

•  $\widehat{ABC}$  là góc nội tiếp chắn cung AC, ta có:  $\widehat{ABC} = \frac{1}{2} Sđ \widehat{AC}$

$$\Rightarrow Sđ \widehat{AC} = 2 \cdot \widehat{ABC} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$

•  $\widehat{DAC}$  là góc tạo bởi tiếp tuyến AD và dây AC, ta có:

$$\widehat{CAD} = \frac{1}{2} Sđ \widehat{AC} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$$

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

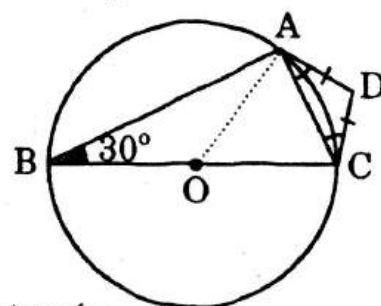
$DA = DC$  hay  $\triangle DAC$  cân D

$$\Rightarrow \widehat{ADC} = 180^\circ - 2\widehat{CAD} = 180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$$

$$\text{Vậy } \widehat{ADC} = 120^\circ$$

\* Ghi chú \*

Học sinh có thể tìm thêm cách tính khác để có  $\widehat{ADC} = 120^\circ$



3. (D)

A. Ta có:

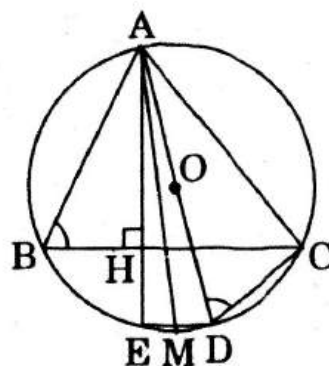
•  $BC \perp AE$  (gt) (1)

•  $\widehat{AED} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow ED \perp AE \text{ tại E (2)}$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow ED \parallel BC$$

B. Ta có:  $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn  $\widehat{AC}$ )



C. Vì  $ED \parallel BC$  (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{EB} = \widehat{DC} \text{ (hai cung chắn giữa hai dây song song)} \quad (3)$$

$$\text{Ta còn có: } \widehat{ME} = \widehat{MD} \text{ (gt)} \quad (4)$$

$$\text{Cộng (3) và (4) vế theo vế, ta có: } \underbrace{\widehat{EB} + \widehat{ME}}_{\widehat{MB}} = \underbrace{\widehat{DC} + \widehat{MD}}_{\widehat{MC}}$$

$$\Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MAC} \text{ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)}$$

$\Rightarrow AM$  là tia phân giác của  $\widehat{BAC}$

i. (A) Ta có :

- $AB = 2.10 = 20 \text{ (cm)}$

- $\widehat{B} = \frac{1}{2} \text{Sđ}\widehat{AM} = \frac{1}{2}.80^\circ = 40^\circ$

- $CA \perp AB \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$

- $\cos B = \frac{AB}{BC}$

$$\Rightarrow BC = \frac{AB}{\cos B} = \frac{20}{\cos 40^\circ} = \frac{20}{0,766} \approx 26,11 \text{ (cm)}$$

- $AC = AB.tgB = 20.tg40^\circ = 20.0,839 = 16,78 \text{ (cm)}$

- $CV_{ABC} = AB + AC + BC = 20 + 16,78 + 26,11 = 62,89 \text{ (cm)}$

i. (C) Ta có:  $\widehat{MA} = \widehat{MC}$  (gt)  $\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$

$\Rightarrow BH$  là đường phân giác của góc  $B$   
 $\triangle ABK$  có  $BH$  vừa là đường cao, vừa là phân giác của  $\widehat{B}$  nên tam giác này cân ở  $B$

i. (B) Ta có :

- $\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \text{Sđ}\widehat{AB} = \frac{1}{2}.120^\circ = 60^\circ \quad (1)$

(góc nội tiếp chắn cung  $AB$ )

- $\text{Sđ}\widehat{ACB} = 360^\circ - \text{Sđ}\widehat{ADB}$   
 $= 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$

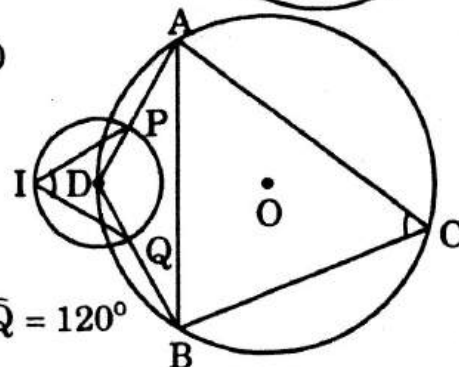
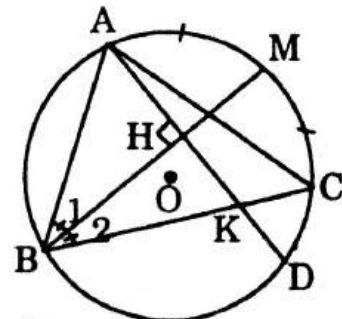
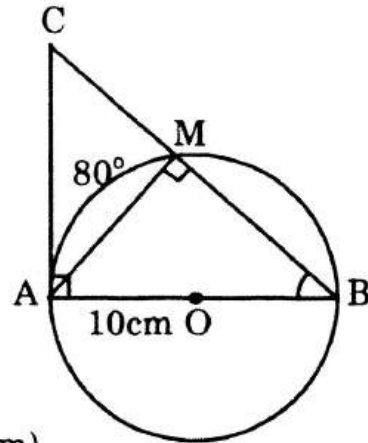
$$\Rightarrow \widehat{ADB} = \frac{1}{2} \text{Sđ}\widehat{ACB} = 120^\circ \text{ hay } \widehat{PDQ} = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{PIQ} = \frac{1}{2} \widehat{PDQ} = 60^\circ$$

(góc nội tiếp bằng nửa góc ở cùng chắn một cung)

(2)

$$(1) \text{ và } (2) : \widehat{ACB} = \widehat{PIQ} = 60^\circ$$



7. **C** Vẽ tiếp tuyến chung tại A, ta có :

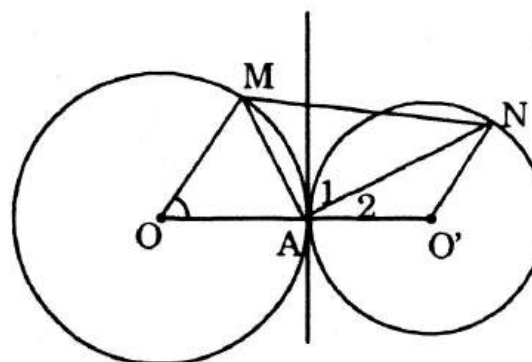
$$\begin{cases} \widehat{A_1} = \frac{1}{2} \widehat{O} \text{ (cùng chắn } \widehat{AM}) & (1) \\ \widehat{A_2} = \frac{1}{2} \widehat{O'} \text{ (cùng chắn } \widehat{AN}) & (2) \end{cases}$$

$$\text{Mà } \widehat{O} + \widehat{O'} = 180^\circ$$

(hai góc trong cùng phía)

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = \frac{1}{2} (\widehat{O} + \widehat{O'})$$

$$\text{Hay } \widehat{MAN} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ. \text{ Vậy } \triangle MAN \text{ vuông ở A}$$



8. **A** Ta có: HM là trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông BHC

$$\Rightarrow HM = MB = MC = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \widehat{HM} = \widehat{MC}$$

$$\text{Mà } Sđ\widehat{HM} = 2\widehat{C} = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ \Rightarrow Sđ\widehat{MC} = 40^\circ$$

9. **D**

A. Ta có :

$$\bullet \text{ AM} = R \text{ (gt)} = Sđ\widehat{AM} = 60^\circ \Rightarrow Sđ\widehat{MB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\bullet \text{ PM} = PB \quad (1)$$

$$\widehat{PMB} = \frac{1}{2} Sđ\widehat{MB} = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ \quad (2)$$

(1) và (2)  $\Rightarrow \triangle PMB$  là tam giác đều

$$\text{B. Ta có } \widehat{O_2} = \widehat{O_3} = \frac{1}{2} Sđ\widehat{MB} = 60^\circ$$

$$\text{và } \widehat{OBP} = 90^\circ \text{ (vì } PB \perp OB)$$

$$\Rightarrow \triangle OBP \text{ là nửa tam giác đều}$$

$$\Rightarrow OP = 2R \text{ mà } OI = R \Rightarrow I \text{ là trung điểm của } OP$$

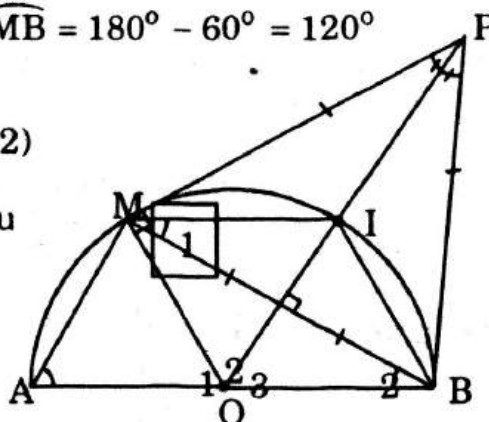
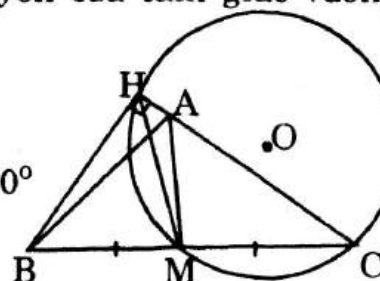
Hai tam giác vuông OBP và OMP có chung cạnh huyền OI nên nội tiếp đường tròn đường kính OP

Vậy I là tâm đường tròn qua B, P, M, O

$$\text{C. Ta có : } \begin{cases} \widehat{M_1} = \frac{1}{2} Sđ\widehat{IB} = 30^\circ \\ \widehat{B_2} = \frac{1}{2} Sđ\widehat{AM} = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{B_2} (= 30^\circ) \Rightarrow MI \parallel AB$$

10. **A** Ta có:  $Sđ\widehat{BM} = 120^\circ \Rightarrow BM = R\sqrt{3}$ . Ta còn có :  $OP = 2R$  (cmt)

$$\text{Vì } OP \perp MB \text{ nên: } S_{\triangle OMPB} = \frac{1}{2} MB \cdot OP = \frac{1}{2} \cdot R\sqrt{3} \cdot 2R = R^2 \sqrt{3}$$



#### 4. GÓC CÓ ĐỈNH Ở BÊN TRONG ĐƯỜNG TRÒN. GÓC CÓ ĐỈNH Ở BÊN NGOÀI ĐƯỜNG TRÒN. CUNG CHỨA GÓC

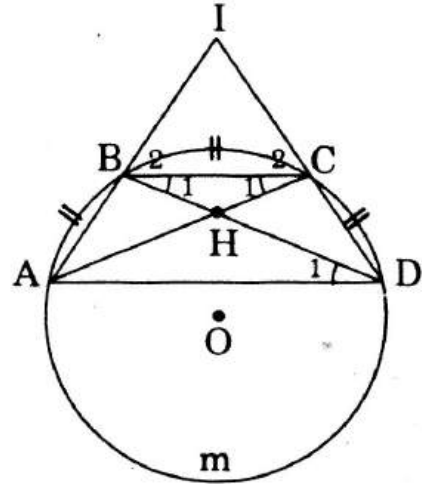
1. (A)

A. Ta có:  $Sđ\widehat{AD} = 50^\circ \cdot 3 = 150^\circ$

$$\Rightarrow Sđ\widehat{AmD} = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$$

$\widehat{AHD}$  là góc nằm bên trong (O), ta có :

$$\begin{aligned}\widehat{AHD} &= \frac{1}{2} Sđ(\widehat{BC} + \widehat{AmD}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (50^\circ + 210^\circ) = 130^\circ\end{aligned}$$



B.  $\widehat{AID}$  là góc nằm bên ngoài (O), ta có :

$$\widehat{AID} = \frac{1}{2} Sđ(\widehat{AmD} - \widehat{BC}) = \frac{1}{2} \cdot (210^\circ - 50^\circ) = 80^\circ$$

C. Ta có:  $\widehat{BAD} = \frac{1}{2} sđ\widehat{BD} = \frac{1}{2} \cdot 100^\circ = 50^\circ$  (1)

$$\widehat{ADC} = \frac{1}{2} sđ\widehat{AC} = \frac{1}{2} \cdot 100^\circ = 50^\circ$$
 (2)

(1) và (2)  $\Rightarrow \triangle IAB$  cân tại I

2. (D)

A. Ta có:  $\widehat{B_1} = \frac{1}{2} Sđ\widehat{CD}$ ,  $\widehat{C_1} = \frac{1}{2} Sđ\widehat{AB} \Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{C_1}$  (vì  $\widehat{CD} = \widehat{AB}$ )

$$\Rightarrow \triangle HBC \text{ cân ở } H \Rightarrow HB = HC$$
 (1)

B. Ta có:  $\widehat{B_2} = \frac{1}{2} Sđ(\widehat{BC} + \widehat{AB}) = \frac{1}{2} \cdot 100^\circ = 50^\circ$

$$\widehat{C_2} = \frac{1}{2} Sđ(\widehat{BC} + \widehat{CD}) = \frac{1}{2} \cdot 100^\circ = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{B_2} = \widehat{C_2} \Rightarrow \triangle IBC \text{ cân ở } I \Rightarrow IB = IC$$
 (2)

C. (1) và (2)  $\Rightarrow IH$  là đường trung trực của dây BC

3. (B) Ta có:  $\widehat{B_1} = \widehat{D_1}$  (chấn hai cung có số đo  $50^\circ$ )  $\Rightarrow BC \parallel AD$  (1)

$$\text{Ta còn có: } Sđ\widehat{AC} = Sđ\widehat{BD} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} \Rightarrow AC = BD$$
 (2)

(1) và (2)  $\Rightarrow ABCD$  là hình thang cân

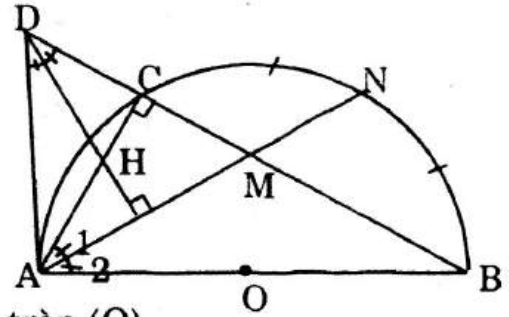
4. **(C)** Ta có :  $\widehat{DAN} = \frac{1}{2} Sd\widehat{AN} = \frac{1}{2} Sd(\widehat{AC} + \widehat{CN})$  (1)

$$\widehat{DMA} = \frac{1}{2} Sd(\widehat{AC} + \widehat{NB}) \quad (2)$$

Ta có:  $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} \Rightarrow \widehat{CN} = \widehat{NB}$

(1) và (2)  $\Rightarrow \widehat{DAN} = \widehat{DMA}$

$\Rightarrow \triangle DAM$  cân tại D



5. **(B)** Ta có  $\triangle ABC$  nội tiếp trong nửa đường tròn (O)

$\Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow AC \perp DM$  (1)

$\triangle DAM$  cân tại D

$\Rightarrow AH$  là phân giác của góc D (gt) cũng là đường cao (2)

(1) và (2)  $\Rightarrow AC$  và  $AH$  là hai đường cao của  $\triangle DAM$  cắt nhau tại H. Vậy H là trực tâm của  $\triangle DAM$

6. **(D)** Lời giải của bài toán như sau :

e) Dựng đoạn thẳng  $AB = 5\text{cm}$

c) Dựng  $\widehat{BAx} = 40^\circ$

d) Dựng tia  $Ay \perp Ax$

a) Dựng đường trung trực d của AB, cắt Ay tại O

b) Dựng cung tròn AmB tâm O bán kính OA.

Đó là cung chứa góc  $40^\circ$  dựng trên đoạn thẳng AB

\* Ghi chú : Ta có thể dựng được hai cung chứa góc  $40^\circ$  đối xứng nhau qua AB

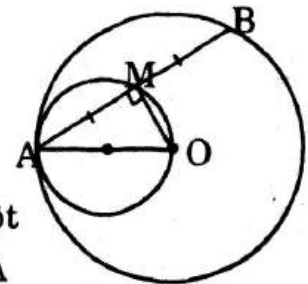
(Xem hình vẽ ở đề bài)

7. **(C)** Ta có:  $MA = MB$  (gt)

$\Rightarrow OM \perp AB \Rightarrow \widehat{AMO} = 90^\circ = kd$

Ta thấy điểm M nhìn đoạn thẳng OA dưới một góc  $90^\circ$  nên M thuộc đường tròn đường kính OA

Vậy khi B di động trên đường tròn (O) thì M di động trên đường tròn đường kính OA cố định



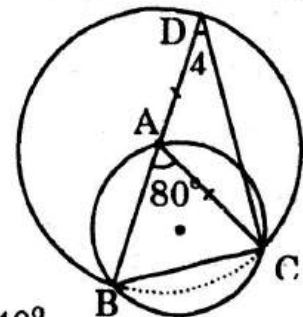
8. **(B)**

Ta có :  $AD = AC$  (gt)

$\Rightarrow \triangle ACD$  cân tại A có:

$$\widehat{CAD} = 180^\circ - \widehat{BAC} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{ACD} = \frac{180^\circ - \widehat{CAD}}{2} = \frac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ$$



Ta thấy điểm D nhìn đoạn thẳng BC dưới một góc  $40^\circ$  nên D thuộc cung chứa góc  $40^\circ$  dựng trên đoạn thẳng BC

Vậy khi A di động trên cung chứa góc  $80^\circ$  dựng trên cạnh BC thì D di động trên cung chứa góc  $40^\circ$  không đổi dựng trên BC cố định. Cung này nằm trên nửa mặt phẳng chứa điểm A bờ là đường thẳng BC

9. (D) Ta có:  $\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC}$  (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn  $\widehat{BC}$ )

$$\Rightarrow \widehat{BOC} = 2 \cdot \widehat{BAC} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ \quad (1)$$

Vẽ hai đường cao  $BB'$  và  $CC'$  cắt nhau tại H thì H là trực tâm của  $\Delta ABC$ , ta có:  $\widehat{BHC} = 360^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B'} + \widehat{C'}) = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ \quad (2)$

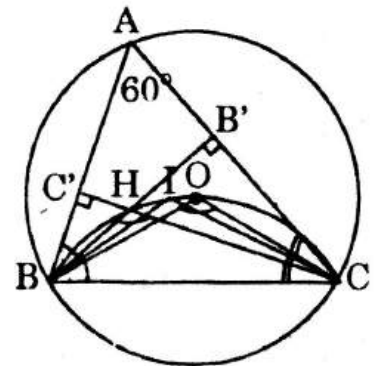
Vẽ đường phân giác của góc B và C cắt nhau tại I thì I gọi tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta ABC$ , ta có:  $\widehat{BIC} = 180^\circ - \left( \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} \right)$

$$\text{tiếp } \Delta ABC, \text{ ta có: } \widehat{BIC} = 180^\circ - \left( \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} \right)$$

$$\text{Mà } \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\text{Do đó: } \widehat{BIC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \quad (3)$$

(1), (2), (3)  $\Rightarrow$  O, H, I đều nhìn cạnh BC dưới một góc  $120^\circ$  nên ba điểm này cùng thuộc cung chứa góc  $120^\circ$  dựng trên cạnh BC, cung này nằm trong nửa mặt phẳng chứa điểm A bờ là dây BC



10. (C)

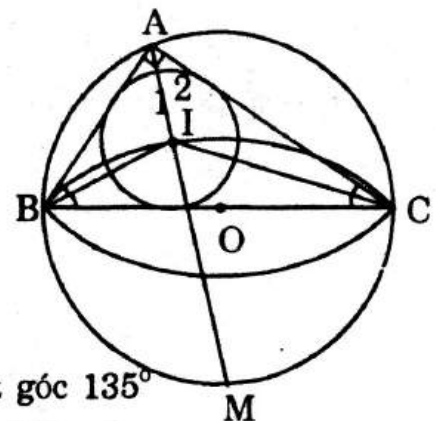
$$\text{Ta có: } \widehat{BIC} = 180^\circ - \left( \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} \right)$$

$$\text{mà } \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\text{Do đó } \widehat{BIC} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

Ta thấy điểm I nhìn đoạn thẳng BC dưới một góc  $135^\circ$  nên thuộc cung chứa góc  $135^\circ$  dựng trên cạnh BC

Vậy khi A di động trên đường tròn (O) thì I di động trên hai cung chứa góc  $135^\circ$  không đổi dựng trên cạnh BC cố định, hai cung này đối xứng nhau qua cạnh BC



B. Vì I là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle ABC$  nên AI là tia phân giác của  $\widehat{A}$  hay  $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$

Gọi M là giao điểm của tia AI và (O)  $\Rightarrow \widehat{MB} = \widehat{MC}$  (vì  $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ )

Mà  $\widehat{BC}$  cố định (gt)  $\Rightarrow M$  cố định

Vậy A di động trên (O) thì tia phân giác AI luôn đi qua điểm cố định M là điểm chính giữa của cung BC cố định

## 5. TỨ GIÁC NỘI TIẾP – ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP

1. (D) Hình thang cân, hình chữ nhật, hình vuông nội tiếp được đường tròn vì có tổng số đo hai góc đối diện bằng  $180^\circ$

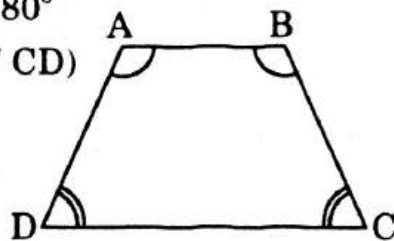
Chẳng hạn cho hình thang cân ABCD ( $AB \parallel CD$ )

$\widehat{A} = \widehat{B}$  (hai góc kề đáy AB)

Mà  $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$  (hai góc cùng phía)

$\Rightarrow \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$

$\Rightarrow ABCD$  là tứ giác nội tiếp được đường tròn



2. (A) Ta có: MNPQ là tứ giác nội tiếp được, ta có :

$\widehat{M} + \widehat{P} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{P} = 180^\circ - \widehat{M} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

3. (B)  $\triangle BDC$  vuông tại D và  $\triangle BEC$  vuông tại E

vì hai tam giác này nội tiếp nửa

đường tròn (O) đường kính BC

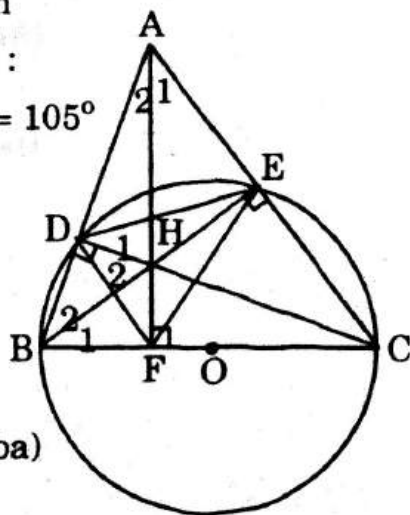
$\Rightarrow BE$  và  $CD$  là hai đường cao của  $\triangle ABC$

nên H là trực tâm của tam giác này

$\Rightarrow AH \perp BC$  tại F (vì AH là đường cao thứ ba)

Từ đó ta có :

- Ba tứ giác AEHD, BDHF, CEHF nội tiếp được vì có hai góc đối diện bù nhau
  - Ba tứ giác AEFB, BDEC, ADFC nội tiếp được vì có hai đỉnh cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc  $90^\circ$
- Vậy trong hình vẽ có tất cả 6 tứ giác nội tiếp được đường tròn



4. (C)

- Tứ giác AEHD nội tiếp được (cmt)  
 $\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{A_1}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn  $\widehat{EH}$ ) (1)
  - Tứ giác BDHF nội tiếp được (cmt)  
 $\Rightarrow \widehat{D_2} = \widehat{B_1}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn  $\widehat{HF}$ ) (2)
  - Tứ giác AEFB nội tiếp được (cmt)  
 $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{B_1}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn  $\widehat{EF}$ )
- (1) và (2)  $\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{D_2}$

$\Rightarrow DC$  là đường phân giác của góc EDF

Chứng minh tương tự ta có EB là tia phân giác của góc DEF.

Các phân giác này cắt nhau tại H

Do đó H là tâm đường tròn nội tiếp của  $\triangle DEF$

5. (C)

A. Hai tam giác AED và ABC có:  $\widehat{A}$  chung

$\widehat{AED} = \widehat{ABC}$  (vì tứ giác BDEC nội tiếp được)  $\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ABC$

B.  $\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow AD \cdot AB = AE \cdot AC$

6. (D) Ta có :

- H và I đối xứng nhau qua AB nên AB là đường trung trực của HI  
 $\Rightarrow AB$  là trục đối xứng của tứ giác AHBI (1)

Tương tự ta có AC là trục đối xứng của tứ giác AHCK (2)

A. (1)  $\Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{AHB} = 90^\circ$  (vì  $\widehat{AHB} = 90^\circ$ )

$\Rightarrow$  Tứ giác AHBI nội tiếp được đường tròn đường kính AB

B. (2)  $\Rightarrow \widehat{AKC} = \widehat{AHC} = 90^\circ$  (vì  $\widehat{AHC} = 90^\circ$ )

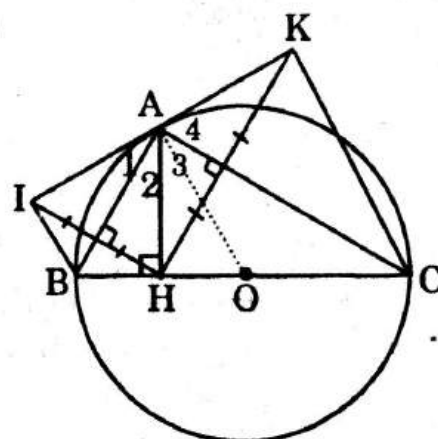
$\Rightarrow$  Tứ giác AHCK nội tiếp được đường tròn đường kính AC

C. (1)  $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ , (2)  $\Rightarrow \widehat{A_3} = \widehat{A_4}$

Mà  $\widehat{A_2} + \widehat{A_3} = \widehat{BAC} = 90^\circ$  (gt)

$\Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_2} + \widehat{A_3} + \widehat{A_4} = 180^\circ$

Vậy I, A, K thẳng hàng



7. A. ☐ EB. ☐ ĐC. ☐ SD. ☐ S

\* Giải thích:

A. • AB là đường trung trực của HI  $\Rightarrow AI = AH$  (1)• AC là đường trung trực của HK  $\Rightarrow AH = AK$  (2)(1) và (2)  $\Rightarrow AI = AH = AK$ 

Ta còn có I, A, K thẳng hàng (cmt)

Vậy đường tròn đường kính IK đi qua H

B. Ta có  $AH \perp BC$  tại H (gt) $\Rightarrow BC$  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính IKC. Ta có:  $BI = BH$  và  $CK = CH \Rightarrow BI + CK = \underbrace{BH + CH}_{BC} = 2R$ D.  $\triangle ABC$  vuông tại A, đường cao AH, ta có:  $AH^2 = BH \cdot HC$ Mà  $BH = BI$ ,  $HC = CK \Rightarrow AH^2 = BI \cdot CK$  $\triangle AIC$  vuông tại H nên  $AH < OA$ Hay  $AH < R \Rightarrow AH^2 < R^2$ . Vậy  $BI \cdot CK < R^2$ 8. A. ☐ SB. ☐ ĐC. ☐ ĐD. ☐ S

\* Giải thích:

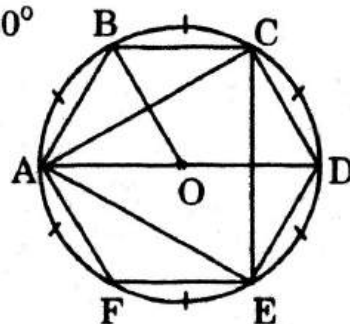
A. ABCDEF là lục giác đều, ta có:  $AB = BC = CD = DE = EF = FA$  $\Rightarrow Sđ\widehat{AB} = Sđ\widehat{BC} = Sđ\widehat{CD} = Sđ\widehat{DE} = Sđ\widehat{EF} = Sđ\widehat{FA} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ B. Ta có:  $Sđ\widehat{AD} = Sđ(\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD}) = 60^\circ \cdot 3 = 180^\circ$  $\Rightarrow AD$  là đường kính của (O)

Vậy A, O, D thẳng hàng

C. Ta có:  $Sđ\widehat{AC} = Sđ\widehat{CE} = Sđ\widehat{AE} = 120^\circ$  $\Rightarrow AC = CE = AE$ Vậy  $\triangle ACE$  là tam giác đều

D. Đường chéo AD là đường kính của đường tròn (O) (cmt)

Từ đó suy ra các đường chéo của lục giác đều cắt nhau tại tâm O và chia lục giác đều thành 6 tam giác đều bằng nhau có cạnh là R

Chẳng hạn  $\triangle AOB$  cân tại O có  $\widehat{O} = Sđ\widehat{AB} = 60^\circ$  nên tam giác này đều cạnh là RTa có:  $S_{AOB} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$ . Do đó:  $S_{ABCDEF} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 6 = \frac{3}{2} R^2 \sqrt{3}$ 

9. (B)

Ta có:  $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$  (gt)

$\Rightarrow$  AC và BD là hai đường kính của đường tròn (O)

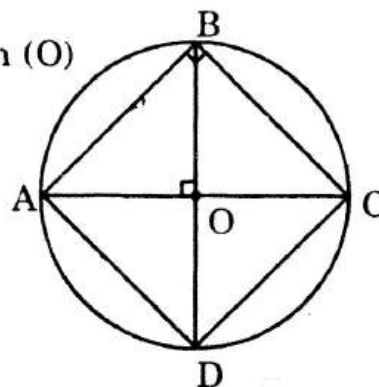
Như vậy hai đường chéo của một hình vuông nội tiếp đường tròn là hai đường kính của đường tròn đó

Theo tính chất hình vuông, ta có :

$\Rightarrow AC \perp BD$  và  $OA = OB = OC = OD = R$

$\Rightarrow \triangle AOB$  vuông cân tại O

$\Rightarrow AB^2 = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}$



10. Điền vào chỗ trống trong bảng :

| Đa giác đều nội tiếp đường tròn (O ; R) | Tính theo R |                           |
|-----------------------------------------|-------------|---------------------------|
|                                         | Độ dài cạnh | Khoảng cách từ O đến cạnh |
| <b>A.</b> Lục giác đều                  | R           | $\frac{R\sqrt{3}}{2}$     |
| <b>B.</b> Hình vuông                    | $R\sqrt{2}$ | $\frac{R\sqrt{2}}{2}$     |
| <b>C.</b> Tam giác đều                  | $R\sqrt{3}$ | $\frac{R}{2}$             |

\* Ghi nhớ:

• Cách vẽ tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O):

- Vẽ đường tròn (O), đường kính AD
- Vẽ cung tròn (D ; R) cắt (O) tại B và C
- Vẽ tam giác ABC. Đó là tam giác đều nội tiếp đường tròn (O) (H.1)

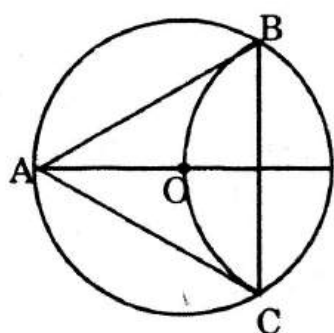
• Cách vẽ lục giác đều ABCDEF nội tiếp đường tròn (O):

- Vẽ đường tròn (O) đường kính AD
- Vẽ hai cung tròn (A; R) và (D; R) cắt (O) tại B, F, C, E
- Vẽ hình lục giác ABCDEF. Đó là hình lục giác đều nội tiếp đường tròn (O) (H.2)

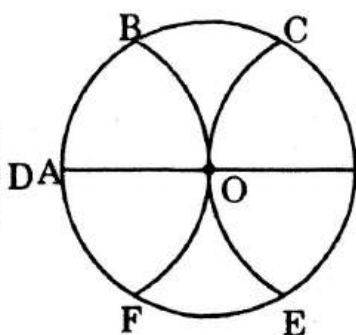
• Cách vẽ hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O):

- Vẽ đường tròn (O) và hai đường kính vuông góc AC và BD

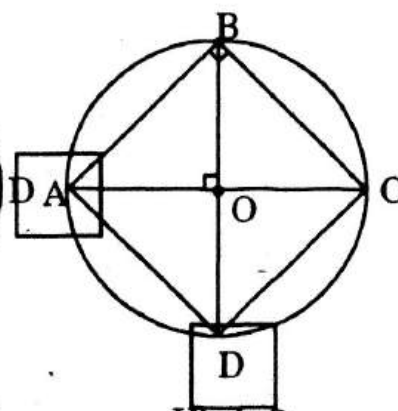
- Vẽ hình tứ giác ABCD. Đó là hình vuông nội tiếp đường tròn (O) (H.3)



Hình 1



Hình 2



Hình 3

## 6. ĐỘ DÀI ĐƯỜNG TRÒN, CUNG TRÒN DIỆN TÍCH HÌNH TRÒN, HÌNH QUẠT TRÒN

|                                   |            |             |            |
|-----------------------------------|------------|-------------|------------|
| Bán kính R                        | 18cm       | 20,9cm      | 15,5cm     |
| Số đo của cung tròn ( $n^\circ$ ) | $90^\circ$ | $100^\circ$ | $79^\circ$ |
| Độ dài cung (l)                   | 28,3cm     | 36,5cm      | 21,4cm     |

\* Giải thích : Ta có :

- $l = \frac{\pi R n}{180} = \frac{3,14 \cdot 18 \cdot 90}{180} \approx 28,3 \text{ (cm)}$
- $l = \frac{\pi R n}{180} \Rightarrow R = \frac{180 \cdot l}{\pi n} = \frac{180 \cdot 36,5}{3,14 \cdot 100} \approx 20,9 \text{ (cm)}$
- $l = \frac{\pi R n}{180} \Rightarrow n = \frac{180 \cdot l}{\pi R} = \frac{180 \cdot 21,4}{3,14 \cdot 15,5} \approx 79^\circ$

2. (D)

A.  $C = 2\pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 8 = 50,24 \text{ (cm)}$

B.  $S = \pi R^2 = 3,14 \cdot 8^2 = 200,96 \text{ (cm}^2\text{)}$

C.  $l = \frac{\pi R n}{180} = \frac{3,14 \cdot 8 \cdot 120}{180} \approx 16,75 \text{ (cm)}$

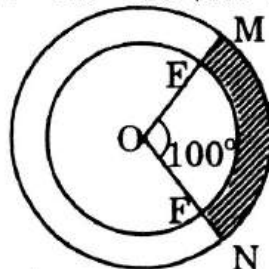
3. (A)

Ta có:  $S_{\text{hqtAOB}} = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{3,14 \cdot 8^2 \cdot 120}{360} = 67 \text{ (cm}^2\text{)}$

4. (C) Ta có:  $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{2} \cdot R\sqrt{3}$   
 $= \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{8^2 \cdot 1,73}{4} \approx 28 \text{ (cm}^2\text{)}$

$S_{hvp} = S_{hqtAOB} - S_{\Delta OAB} = 67 - 28 = 39 \text{ (cm}^2\text{)}.$

5. (B)



Diện tích hình vành khăn :

$S_{hvk} = \pi R^2 - \pi R'^2 = \pi(8^2 - 5^2) = 3,14 \cdot 39 = 122,5 \text{ (cm}^2\text{)}$

6. (D) Diện tích giới hạn bởi hai cung MN và EF:

$S_{hgh} = S_{hqtMON} - S_{hqtEOF} = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 100}{360} - \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 100}{360}$   
 $= 55,82 - 21,81 = 34,01 \text{ (cm}^2\text{)}$

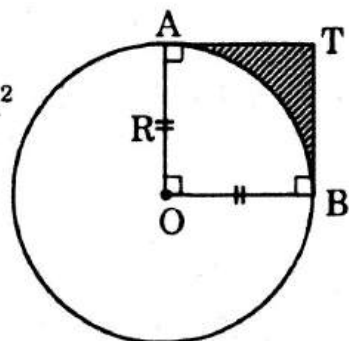
7. (A) Ta có:  $\begin{cases} \hat{O} = \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ & (1) \\ OA = OB = R & (2) \end{cases}$

(1) và (2)  $\Rightarrow$  OATB là hình vuông  $\Rightarrow S_{OATB} = R^2$

Ta có:  $S_{hqtAOB} = \frac{\pi R^2 \cdot 90}{360} = \frac{\pi R^2}{4}$

Do đó:  $S_{hgh} = S_{OATB} - S_{hqtAOB}$

$= R^2 - \frac{\pi R^2}{4} = \frac{4R^2 - \pi R^2}{4} = \frac{R^2}{4} (4 - \pi)$



8. (C)

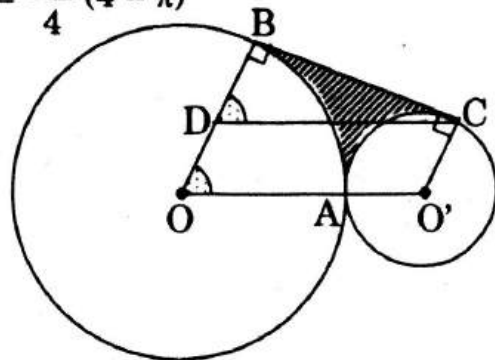
Ta có :  $BC \perp OB$ ,  $BC \perp O'C$  (tiếp tuyến vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm)

$\Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ \\ OB \parallel O'C \end{cases}$

Vẽ  $CD \parallel OO'$  ( $D \in OB$ )

Tứ giác ODCO' là hình bình hành

$\Rightarrow \begin{cases} CD = OO' = R + R' = 6 + 2 = 8 \text{ (cm)} \\ BD = OB - OD = 6 - 2 = 4 \text{ (cm)} \end{cases}$



$\triangle ABC$  vuông tại B có  $CD = 2BD$  nên bằng nửa tam giác đều cạnh CD

$\Rightarrow \widehat{BDC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{BDC} = 60^\circ$  (hai góc đồng vị)

Ta có:  $\widehat{AOB} + \widehat{AO'C} = 180^\circ$  (hai góc trong cùng phía)

$\Rightarrow \widehat{AO'C} = 180^\circ - \widehat{AOB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

9. (B) Ta có: 
$$\frac{S_{\text{hqtAO'C}}}{S_{\text{hqtAOB}}} = \frac{\frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 120}{360}}{\frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 60}{360}} = \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

10. (D) Tứ giác  $OBCO'$  là hình thang vuông có BC là đường cao

$$\Rightarrow S_{OBCO'} = \left( \frac{OB + O'C}{2} \right) \cdot BC = \left( \frac{6 + 2}{2} \right) \cdot 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3} = 27,68 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\triangle ABC \text{ bằng nửa tam giác đều} \Rightarrow BC = \frac{CD\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)})$$

$$S_{\text{hqtAOB}} + S_{\text{hqtAO'C}} = \frac{3,14 \cdot 6^2 \cdot 60 + 3,14 \cdot 2^2 \cdot 120}{360} = 23,03 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Do đó: } S_{\text{hgh}} = S_{OBCO'} - (S_{\text{hqtAOB}} + S_{\text{hqtAO'C}}) = 27,68 - 23,03 = 4,65 \text{ (cm}^2\text{)}$$

## ÔN TẬP CHƯƠNG III

1. (C) Bạn Tâm làm sai từ bước 3 vì  $\widehat{AB}$  và  $\widehat{AC}$  đều có số đo  $120^\circ$ .

Nhưng do  $\widehat{AB}$  và  $\widehat{AC}$  thuộc hai đường tròn không bằng nhau ( $R > R'$ ) nên độ dài của hai cung này không bằng nhau, cung nào thuộc đường tròn lớn hơn thì lớn hơn.

2. (D)

A. Hai tam giác PAM và PMB có:  $\widehat{P}$  chung

$\widehat{PMA} = \widehat{PMB}$  (cùng chắn  $\widehat{MA}$ )

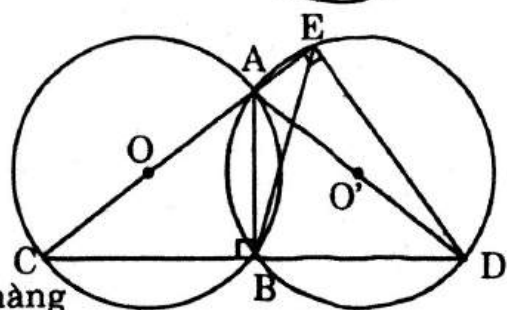
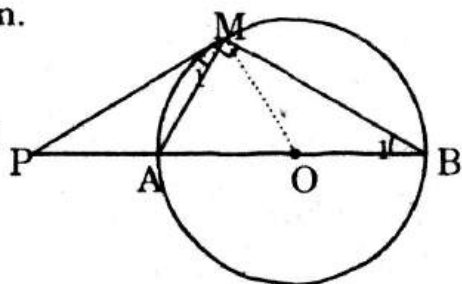
$\Rightarrow \triangle PAM \sim \triangle PMB$

B.  $\Rightarrow \frac{PM}{PB} = \frac{PA}{PM} \Rightarrow PM^2 = PA \cdot PB$

3. (A) Ta có:

•  $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{ABD} = 180^\circ \Rightarrow C, B, D$  thẳng hàng



- $\triangle ACD$  cân tại A ( $AC = AD = 2R$ ) có AB là đường cao vừa là đường trung tuyến nên  $BC = BD$   
 $\Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{BD}$  (Trong hai đường tròn bằng nhau hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau)

4. (B) Ta có:  $\begin{cases} \widehat{AED} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \\ BC = BD \end{cases}$

$\Rightarrow EB$  là trung tuyến ứng với cạnh huyền  $CD$  của tam giác vuông  $CED$   
 nên:  $EB = BC = BD \Rightarrow \widehat{EB} = \widehat{BD}$

5. (A) Ta có :

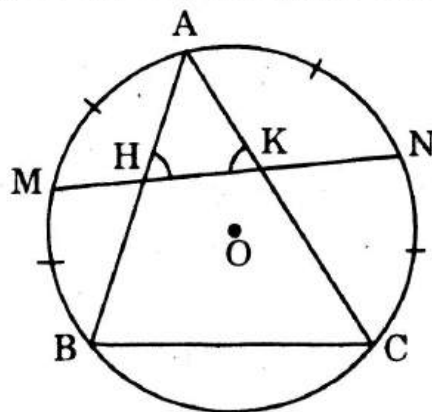
- $\widehat{AHK} = \frac{1}{2} \text{Sđ}(\widehat{MB} + \widehat{AN})$  (1)

- $\widehat{AKH} = \frac{1}{2} \text{Sđ}(\widehat{MA} + \widehat{NC})$  (2)

Mà  $\widehat{MA} = \widehat{MB}$  và  $\widehat{NA} = \widehat{NC}$  (gt)

$\Rightarrow \widehat{MB} + \widehat{AN} = \widehat{MA} + \widehat{NC}$

(1) và (2)  $\Rightarrow \widehat{AHK} = \widehat{AKH} \Rightarrow \triangle AHK$  cân tại A



6. (D)

A. Ta có:  $\widehat{MOB} = 90^\circ$  (gt)

$\widehat{ADB} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{MOB} + \widehat{ADB} = 180^\circ \Rightarrow OMDB$  là tứ giác nội tiếp

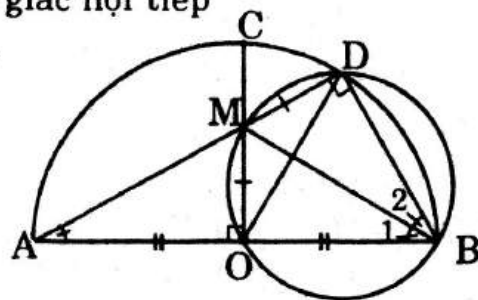
B. Trong đường tròn đường kính MB có :

$MO = MD$  (gt)  $\Rightarrow \widehat{MO} = \widehat{MD}$

$\Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{B_2}$  (hai góc nội tiếp

chắn hai cung bằng nhau)

Do đó BM là tia phân giác của  $\widehat{OBD}$



C. Ta có :  $MA = MB$  (vì MO là đường trung trực của AB)

$\Rightarrow \triangle MAB$  cân tại M  $\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B_1}$  mà  $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$  (cmt)

$\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B_1} = \widehat{B_2}$  (1)

Mà  $\widehat{A} + \widehat{B_1} + \widehat{B_2} = 90^\circ$  ( $\triangle ADB$  vuông tại D) (2)

(1) và (2)  $\Rightarrow 3\widehat{A} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 30^\circ$

7. (B) Vẽ  $OH \perp AB$  thì  $OH \perp CD$  tại K (vì  $AB \parallel CD$ )

Theo đề bài ta có:  $\widehat{AOB} = 60^\circ$ ;  $\widehat{COD} = 120^\circ$ ;  $AB = R$ ;  $CD = R\sqrt{3}$  ;

$$OH = \frac{R\sqrt{3}}{2}; OK = \frac{R}{2} \text{ (xem bài tập số 10 vấn đề 5)}$$

• Gọi  $S_1$  là diện tích hình viên phân giới hạn bởi  $\widehat{CD}$  và dây CD

$$\text{Ta có : } S_1 = \frac{\pi R^2 \cdot 120}{360} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\pi R^2}{3} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$$

Gọi  $S_2$  là diện tích hình viên phân giới hạn bởi  $\widehat{AB}$  và dây AB

$$\text{Ta có : } S_2 = \frac{\pi R^2 \cdot 60}{360} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$$

Gọi  $S$  là diện tích hình có gạch sọc, ta có :

$$S = S_1 - S_2 = \frac{\pi R^2}{3} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} - \left( \frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\pi R^2}{3} - \frac{\pi R^2}{6} = \frac{\pi R^2}{6}$$

(Xem hình vẽ ở đề bài)

8. (D)

A. Ta có:  $\widehat{ADB} = 90^\circ$

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \widehat{BDE} = 90^\circ$$

Ta còn có:  $\widehat{BCE} = 90^\circ$  (gt)

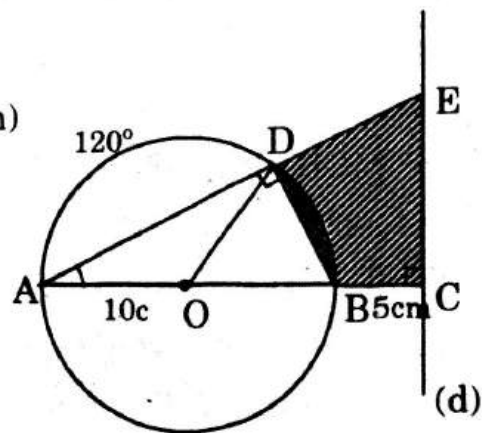
$$\Rightarrow \widehat{BDE} + \widehat{BCE} = 180^\circ$$

$\Rightarrow$  BDEC là tứ giác nội tiếp

B. Ta có  $\triangle ADB \sim \triangle ACE$

(vì hai tam giác vuông có góc A chung)

$$\text{C.} \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AD \cdot AE$$



9. (C) Ta có:  $S_{\widehat{AD}} = 120^\circ \Rightarrow S_{\widehat{BD}} = 60^\circ \Rightarrow S_{\text{hvp}} = S_{\text{hqtBOD}} - S_{\triangle BOD}$

$$= \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 60}{360} - \frac{10^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\left( \text{vì } \triangle BOD \text{ đều cạnh } 10\text{cm} \text{ nên } S_{\triangle BOD} = \frac{10^2 \sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \right)$$

$$= 52,33 - 43,25 = 9,08 \text{ (cm}^2\text{)} \approx 9\text{cm}^2$$

10. (A)  $\triangle ADB$  vuông tại D có  $\widehat{A} = \frac{1}{2} \widehat{Sd\widehat{BD}} = 30^\circ$

$\Rightarrow \triangle ADB$  bằng nửa tam giác đều cạnh  $AB = 20\text{cm}$

Do đó:  $S_{\triangle ADB} = \frac{20^2 \sqrt{3}}{8} = 50.1,73 = 86,5 \text{ (cm}^2\text{)} \approx 87 \text{ (cm}^2\text{)}$

•  $\triangle ACE$  vuông tại C có  $\widehat{A} = 30^\circ$

$\Rightarrow CE = AC \cdot \text{tg}A = 25 \cdot \text{tg}30^\circ = 25 \cdot 0,58 = 14,43 \text{ (cm)}$

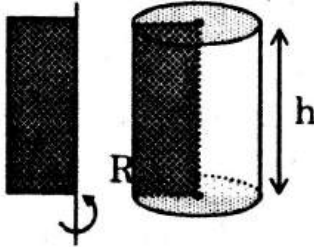
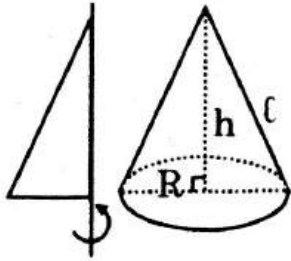
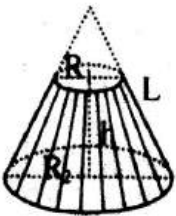
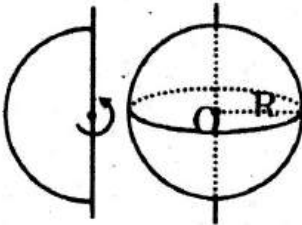
Ta có:  $S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} AC \cdot CE = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 14,43 = 180,37 \approx 180 \text{ (cm}^2\text{)}$

Gọi  $S$  là diện tích của hình có gạch sọc, ta có :

$S = S_{\triangle ACE} - (S_{\triangle ADB} + S_{\text{hvp}}) = 180 - (87 + 9) = 84 \text{ (cm}^2\text{)}$

# CHƯƠNG IV. HÌNH TRỤ - HÌNH NÓN - HÌNH CẦU

## A. TÓM TẮT CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

| Hình         | Hình vẽ                                                                             | Diện tích                               | Thể tích                                                |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Hình trụ     |    | $S_{xq} = 2\pi Rh$                      | $V = \pi R^2 h$                                         |
|              |                                                                                     | $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$           |                                                         |
| Hình nón     |   | $S_{xq} = \pi Rl$                       | $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$                             |
|              |                                                                                     | $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$             |                                                         |
| Hình nón cụt |  | $S_{xq} = \pi (R_1 + R_2) \cdot l$      | $V = \frac{1}{3} \pi h \cdot (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2)$ |
|              |                                                                                     | $S_{tp} = S_{xq} + \pi (R_1^2 + R_2^2)$ |                                                         |
| Hình cầu     |  | $S = 4\pi R^2$                          | $V = \frac{4}{3} \pi R^3$                               |

## B. BÀI TẬP

1. Quan sát hình trụ rồi điền số thích hợp vào chỗ trống (...) ( $\pi = 3,14$ )

A. Bán kính đáy của hình trụ ...  
 B. Diện tích xung quanh của hình trụ ...  
 C. Diện tích toàn phần của hình trụ ...  
 D. Thể tích của hình trụ ...

2. Với hình trụ đã cho. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng :

A.  $356,8\text{cm}^2$                       B.  $376,8\text{cm}^2$   
 C.  $387,8\text{cm}^2$                       D.  $406,6\text{cm}^2$

3. Một hình trụ có bán kính đáy là 9cm và thể tích bằng  $2543,4\text{cm}^3$ . Khi đó, chiều cao của hình trụ bằng :

A. 8cm                      B. 9cm                      C. 10cm                      D. 14cm

Hãy chọn kết quả đúng.

4. Chiều cao của một hình trụ bằng bán kính đường tròn đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ là  $628\text{cm}^2$ . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Diện tích đáy hình trụ là:  $310\text{cm}^2$   
 B. Diện tích toàn phần hình trụ là:  $1248\text{cm}^2$   
 C. Thể tích hình trụ là:  $3100\text{cm}^3$   
 D. A), B), C) đều sai

5. Cho hình chữ nhật ABCD ( $AB = 2a$ ,  $BC = a$ ). Quay hình chữ nhật đó quanh AB thì được hình trụ có thể tích  $V_1$ , quay quanh BC thì được hình trụ có thể tích  $V_2$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $V_1 = V_2$                       B.  $V_1 = 2V_2$                       C.  $V_2 = 2V_1$                       D.  $V_2 = \frac{1}{3}V_1$

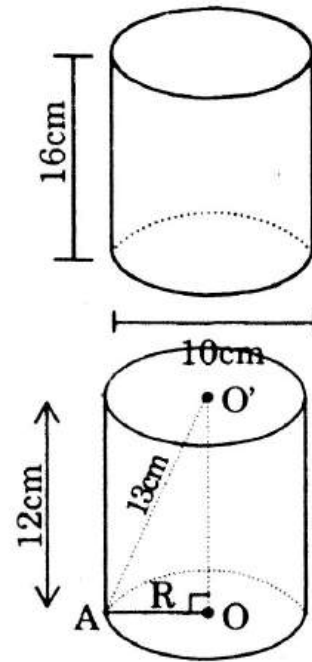
6. Một bể nước có chiều cao 1,5m. Một vòi nước chảy vào bể với vận tốc 5880lít/giờ. Sau 10 phút, mực nước trong bể cao 1,2m. Thể tích của bể nước bằng :

A.  $1,23\text{m}^3$                       B.  $1,58\text{m}^3$                       C.  $2,17\text{m}^3$                       D.  $2,47\text{m}^3$

7. Một hình nón có chiều cao 15dm, đường sinh 25dm.

Khẳng định nào sau đây sai ?

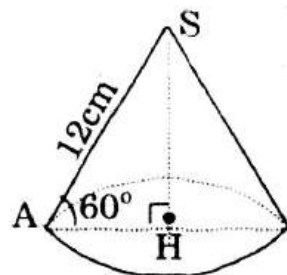
A. Bán kính đáy của hình nón: 20dm  
 B. Diện tích xung quanh hình nón:  $1570\text{dm}^2$   
 C. Diện tích toàn phần hình nón:  $2826\text{dm}^2$   
 D. Thể tích hình nón:  $1884\text{dm}^3$



8. Một hình nón có đường sinh là 12cm, góc giữa đường sinh và đường kính đáy là  $60^\circ$  (hình bên).

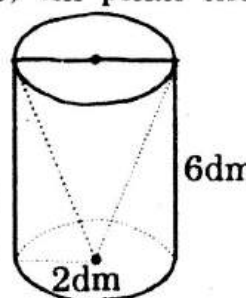
Thể tích của hình nón này bằng: (Kết quả lấy đến chữ số thập phân thứ hai)

- A.  $351,15\text{cm}^3$   
 B.  $391,12\text{cm}^3$   
 C.  $401,18\text{cm}^3$   
 D. Một kết quả khác



9. Một khối gỗ dạng hình trụ có bán kính 2dm và chiều cao 6dm. Người ta khoét đi một phần có dạng hình nón (xem hình vẽ) thì phần thể tích khối gỗ còn lại là :

- A.  $40,26\text{dm}^3$   
 B.  $48,25\text{dm}^3$   
 C.  $50,24\text{dm}^3$   
 D.  $52,44\text{dm}^3$



10. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi  $V_1, V_2, V_3$  theo thứ tự là thể tích của những hình sinh ra khi quay tam giác ABC một vòng quanh các cạnh BC, AB và AC

Khẳng định nào sau đây đúng ?

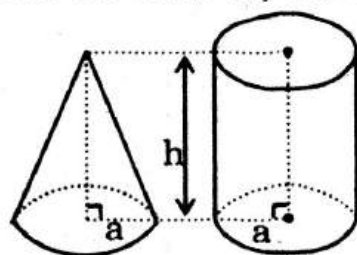
- A.  $\frac{1}{V_1^2} = \frac{1}{V_2^2}$   
 B.  $\frac{1}{V_2^2} = \frac{1}{V_3^2}$   
 C.  $\frac{1}{V_1^2} = \frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_3^2}$   
 D.  $\frac{1}{V_1^2} = \frac{1}{V_2^2} - \frac{1}{V_3^2}$

11. Hình vẽ cho biết :

Hình nón có chiều cao h(cm) bán kính đường tròn đáy a(cm) và hình trụ có cùng chiều cao và bán kính đường tròn đáy của hình nón.

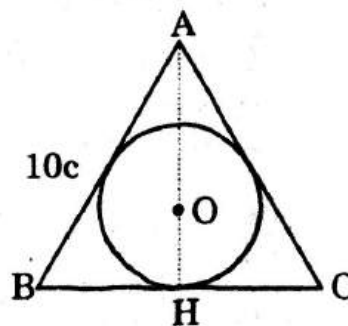
Chứa đầy cát vào hình nón rồi đổ hết cát vào hình trụ thì độ cao của cát trong hình trụ sẽ là :

- A.  $\frac{h}{4}\text{cm}$   
 B.  $\frac{h}{3}\text{cm}$   
 C.  $\frac{2h}{3}\text{cm}$   
 D.  $\frac{3h}{4}\text{cm}$



12. Một tam giác đều ABC có độ dài cạnh là 10cm ngoại tiếp một đường tròn (O). Cho hình quay một vòng quanh chiều cao AH của tam giác đều (xem hình bên) ta được một hình nón ngoại tiếp hình cầu. Thể tích của hình nón bên ngoài hình cầu bằng :

- A.  $125\text{cm}^3$   
 B.  $130\text{cm}^3$   
 C.  $132\text{cm}^3$   
 D.  $148\text{cm}^3$

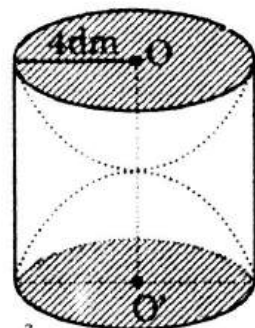


(Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị)

3. Một khối gỗ dạng hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 4dm, người ta khoét rỗng hai nửa hình cầu (xem hình vẽ).

Như vậy diện tích toàn bộ của khối gỗ là :

- A.  $114\pi\text{dm}^2$   
 B.  $118\pi\text{dm}^2$   
 C.  $125\pi\text{dm}^2$   
 D.  $128\pi\text{dm}^2$

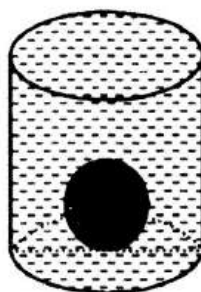


4. Chiều cao của một hình trụ gấp ba lần bán kính đáy của nó. Tỉ số của thể tích hình trụ này và thể tích của hình cầu có bán kính bằng bán kính đáy của hình trụ là :

- A.  $\frac{5}{3}$                       B.  $\frac{9}{4}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{4}{5}$

5. Một bình dạng hình trụ có bán kính đáy 12cm và chiều cao là 18cm đựng đầy nước. Người ta bỏ vào bình một viên bi hình cầu bằng sắt có bán kính 6cm. Thể tích nước còn lại trong bình khi viên bi đã nằm yên ở đáy bình là :

- A.  $2194\pi\text{cm}^3$   
 B.  $2275\pi\text{cm}^3$   
 C.  $2304\pi\text{cm}^3$   
 D.  $2508\pi\text{cm}^3$



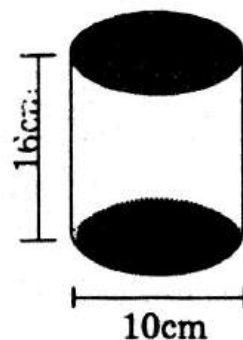
### ĐÁP ÁN

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bài | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Câu | x | B | C | D | C | A | D | B |

|     |   |    |    |    |    |    |    |
|-----|---|----|----|----|----|----|----|
| Bài | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Câu | C | C  | B  | A  | D  | B  | C  |

## HƯỚNG DẪN GIẢI

1. A. Bán kính đáy của hình trụ 5cm  
 B. Diện tích xung quanh của hình trụ  $502,4\text{cm}^2$   
 ( $S_{xq} = 2\pi Rh = 2.3,14.5.16 = 502,4 (\text{cm}^2)$ )  
 C. Diện tích toàn phần của hình trụ  $659,4\text{cm}^2$   
 ( $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 502,4 + 157 = 659,4 (\text{cm}^2)$ )  
 D. Thể tích của hình trụ  $1256\text{cm}^3$   
 ( $V = \pi R^2 h = 3,14.25.16 = 1256(\text{cm}^3)$ )



2. (B) Từ  $\triangle AOO'$  vuông tại O, ta có :

$$OA = \sqrt{AO'^2 - OO'^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$$

Diện tích xung quanh của hình trụ :

$$S_{xq} = 2\pi OA.OO' = 2.3,14.5.12 = 376,8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

3. (C) Thể tích của hình trụ được tính theo công thức :

$$V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2} = \frac{2543,4}{3,14.81} = 10 \text{ (cm)}$$

Vậy chiều cao của hình trụ là 10cm

4. (D) Diện xung quanh hình trụ được tính theo công thức:  $S_{xq} = 2\pi Rh$

Do  $R = h$  (gt), ta có :  $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi R^2$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{S_{xq}}{2\pi} = \frac{628}{2.3,14} = 100 \Rightarrow R = \sqrt{100} = 10 \text{ (cm)}$$

Vậy  $R = h = 10\text{cm}$

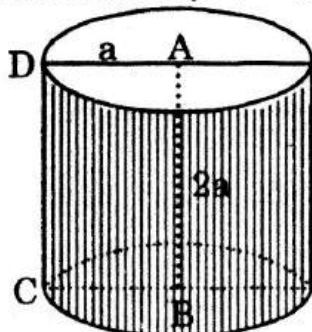
A. Diện tích đáy hình trụ:  $S_{\text{đáy}} = \pi R^2 = 3,14.100 = 314 \text{ (cm}^2\text{)}$

B. Diện tích toàn phần hình trụ :

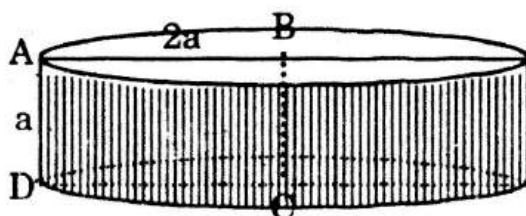
$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 628 + 2.314 = 1256 \text{ (cm}^2\text{)}$$

C. Thể tích hình trụ:  $V = \pi R^2 h = 3,14.10^2.10 = 3140 \text{ (cm}^3\text{)}$

5. (C)



Hình 1



Hình 2

Khi hình chữ nhật quay một vòng quanh AB thì được hình trụ có bán kính đường tròn đáy  $R = a$ , chiều cao  $h = 2a$  (H.1), lúc đó thể tích  $V$  của hình trụ là:  $V_1 = \pi R^2 h = \pi a^2.2a = 2\pi a^3$  (1)

Khi hình chữ nhật ABCD quay một vòng quanh BC thì được hình trụ có bán kính đáy  $R = 2a$ , chiều cao  $h = a$  (H.2), lúc đó thể tích  $V_2$  của hình trụ là:  $V_2 = \pi R^2 h = \pi (2a)^2 a = 4\pi a^3$  (2)

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{2\pi a^3}{4\pi a^3} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

6. (A) Trong 10 phút vòi nước chảy được :  $\frac{5880.10}{60} = 980 \text{ (l)} = 0,98\text{m}^3$

Ta có thể tích  $V_1$  của nước trong bể là :  $V_1 = Sh$

(S : diện tích đáy bể, h là chiều cao của nước trong bể)

$$\Rightarrow S = \frac{V_1}{h} = \frac{0,98}{1,2} \approx 0,82 \text{ (m}^2\text{)}$$

Vậy thể tích V của bể nước là :

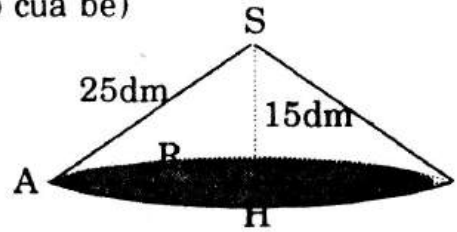
$$V = Sh \text{ (S : diện tích đáy, h : chiều cao của bể)}$$

$$\approx 0,82.1,5 = 1,23 \text{ (cm}^3\text{)}$$

7. (D) Từ  $\triangle SHA$  vuông tại H, ta có :

$$R = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ (dm)}$$

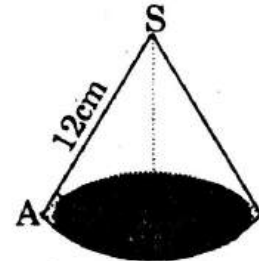
- $S_{xq} = \pi Rl = 3,14.20.25 = 1570 \text{ (dm}^2\text{)}$
- $S_{tp} = S_{xqt} + S_{đáy} = 1570 + 3,14.20^2 = 2826 \text{ (dm}^2\text{)}$
- $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} . 3,14.400.15 = 6280 \text{ (dm}^3\text{)}$



8. (B)  $\triangle SHA$  vuông tại H có  $\hat{A} = 60^\circ$  nên bằng nửa tam giác đều cạnh SA = 12 cm

$$\Rightarrow \begin{cases} AH = R = \frac{1}{2} . SA = \frac{1}{2} . 12 = 6 \text{ (cm)} \\ SH = h = \frac{SA\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)} \end{cases}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} . 3,14.6^2.6\sqrt{3} = \frac{1}{3} . 3,14.36.6.1,73 = 391,12 \text{ (cm}^3\text{)}$$

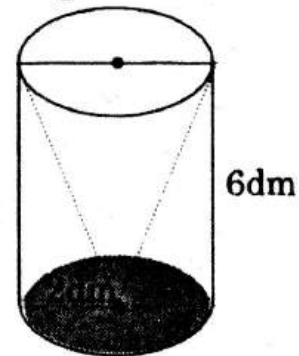


9. (C) Theo đề bài ta có hình trụ và hình nón có cùng bán kính đường tròn đáy  $R = 2\text{dm}$  và cùng chiều cao  $h = 6\text{dm}$ .

- Thể tích  $V_1$  của hình trụ là :  
 $V_1 = \pi R^2 h = \pi 2^2 . 6 = 24\pi \text{ (dm}^3\text{)}$
- Thể tích  $V_2$  của hình nón là :  
 $V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi . 4 . 6 = 8\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

Thể tích V còn lại của khối gỗ là :

$$V = V_1 - V_2 = 24\pi - 8\pi = 16\pi = 16.3,14 = 50,24 \text{ (dm}^3\text{)}$$



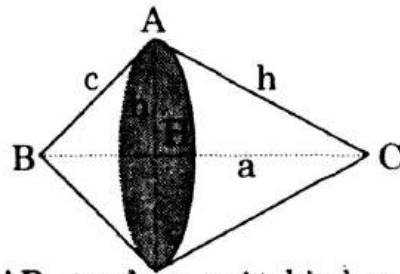
10. (C) Gọi a, b, c là độ dài các cạnh của  $\triangle ABC$  vuông tại A ( $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$ ). Vẽ đường cao  $AH = h$ , ta có:  $h = \frac{bc}{a}$  và  $a^2 = b^2 + c^2$

Khi  $\triangle ABC$  quay một vòng quanh BC ta được hai hình nón có cùng bán kính đáy là h và chiều cao là BH và CH, ta có :

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi h^2 . BH + \frac{1}{3} \pi h^2 . CH = \frac{1}{3} \pi h^2 (BH + HC) = \frac{1}{3} \pi h^2 . BC$$

$$= \frac{1}{3} \pi \left( \frac{bc}{a} \right)^2 \cdot a = \frac{\pi b^2 c^2}{3a}$$

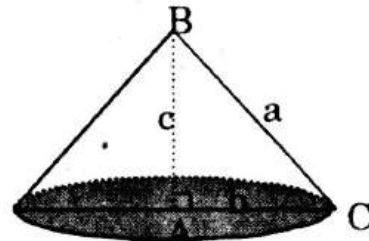
$$\Rightarrow \frac{1}{V_1^2} = \frac{9a^2}{\pi^2 b^4 c^4} \quad (1)$$



Khi  $\triangle ABC$  quay một vòng quanh  $AB$ , ta được một hình nón có bán kính đáy là  $b$  và chiều cao là  $c$ , ta có :

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi b^2 c$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V_2^2} = \frac{9}{\pi^2 b^4 c^2} \quad (2)$$

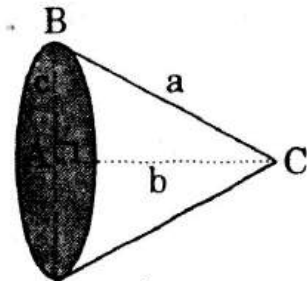


Khi  $\triangle ABC$  quay một vòng quanh  $AC$  sinh ra một hình nón có bán kính đáy là  $c$  và chiều cao là  $b$ , ta có :

$$V_3 = \frac{1}{3} \pi c^2 b \Rightarrow \frac{1}{V_3^2} = \frac{9}{\pi^2 c^4 b^2} \quad (3)$$

$$(2) \text{ và } (3) \Rightarrow \frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_3^2} = \frac{9}{\pi^2 b^4 c^2} + \frac{9}{\pi^2 b^2 c^4}$$

$$= \frac{9(b^2 + c^2)}{\pi^2 b^4 c^4} = \frac{9a^2}{\pi^2 b^4 c^4} \quad (4)$$



$$(1) \text{ và } (4) \Rightarrow \frac{1}{V_1^2} = \frac{1}{V_2^2} + \frac{1}{V_3^2}$$

11. (B) Thể tích  $V_1$  của hình nón là:  $V_1 = \frac{1}{3} \pi a^2 h \text{ (cm}^3\text{)} \quad (1)$

Thể tích  $V_2$  của hình trụ là:  $V_2 = \pi a^2 h \text{ (cm}^3\text{)} \quad (2)$

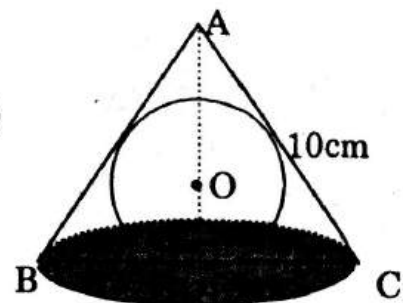
$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} V_2$$

Vậy khi chứa đầy cát vào hình nón rồi đổ hết cát vào hình trụ và do hai bình này có diện tích đáy bằng nhau nên độ cao của cát trong hình trụ là  $\frac{h}{3} \text{ cm}$ .

12. (A) Ta có :  $\bullet AH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$

- O là tâm đường tròn nội tiếp đồng thời là trọng tâm của tam giác đều ABC

$$\Rightarrow OH = r = \frac{1}{3} AH = \frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$$



- Thể tích  $V_1$  hình nón sinh ra khi cho  $\Delta ABC$  quay một vòng quanh AH là :

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot HB^2 \cdot AH = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 5\sqrt{3} = \frac{3,14 \cdot 125 \cdot 1,73}{3} \approx 226 \text{ (cm}^3\text{)}$$

- Thể tích  $V_2$  hình cầu sinh ra khi hình tròn nội tiếp  $\Delta ABC$  quay một vòng quanh AH là :

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot \left( \frac{5\sqrt{3}}{3} \right)^3 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 125 \cdot 3 \cdot 1,73}{3 \cdot 27} \approx 101 \text{ (cm}^3\text{)}$$

- Thể tích  $V$  hình nón bên ngoài hình cầu là:

$$V = V_1 - V_2 = 226 - 101 = 125 \text{ (cm}^3\text{)}$$

13. **(D)** Hai nửa hình cầu tâm O và O' tiếp xúc nhau nên  $OO' = 8\text{dm}$ .

Đó chính là chiều cao của hình trụ, ta có :

Diện tích xung quanh của hình trụ là :

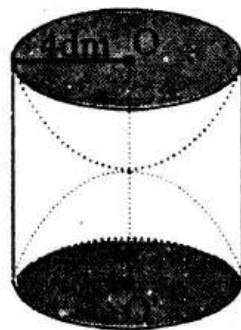
$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 8 = 64\pi \text{ (dm}^2\text{)}$$

Diện tích bên trong hai nửa mặt cầu là :

$$\frac{4\pi R^2}{2} \cdot 2 = 4 \cdot \pi \cdot 16 = 64\pi \text{ (dm}^2\text{)}$$

Do đó diện tích toàn bộ khối gỗ là :

$$S = 64\pi + 64\pi = 128\pi \text{ (dm}^2\text{)}$$



14. **(B)** Gọi  $R$  là bán kính đáy của hình trụ thì chiều cao của nó là  $3R$ .

Thể tích  $V_1$  của hình trụ này là:  $V_1 = \pi R^2 \cdot 3R = 3\pi R^3$  (1)

Thể tích  $V_2$  của hình cầu có bán kính  $R$  là:  $V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3$  (2)

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{3\pi R^3}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{9}{4}$$

15. **(C)** Thể tích  $V_1$  nước trong bình hình trụ là:

$$V_1 = \pi \cdot 12^2 \cdot 18 = 2592\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích  $V_2$  viên bi hình cầu:  $V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 = 288\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích nước tràn ra ngoài bình bằng thể tích viên bi choán chỗ. Do đó thể tích nước trong bình còn lại :

$$V = V_1 - V_2 = 2592\pi - 288\pi = 2304\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

# ÔN TẬP CUỐI NĂM

(Bộ đề tự luyện)

## Đề I

### A. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 1.** Rút gọn biểu thức :  $P = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}$

- A.  $P = \sqrt{3} - 2$       B.  $P = \sqrt{2} - \sqrt{3}$       C.  $P = \sqrt{3}$       D.  $P = \sqrt{2}$

**Câu 2.** Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases}$ . Nghiệm của hệ là:

- A.  $(x; y) = (-1; 2)$       B.  $(x; y) = (2; -3)$   
C.  $(x; y) = (3; 2)$       D.  $(x; y) = (-4; 3)$

**Câu 3.** Xác định hệ số  $a$  của hàm số  $y = ax^2$ , biết rằng đồ thị (P) của hàm số đi qua  $M(1; -2)$

- A.  $a = -2$       B.  $a = -\frac{1}{2}$       C.  $a = 2$       D.  $a = \frac{1}{3}$

**Câu 4.** Với giá trị nào của  $m$  dưới đây thì phương trình bậc 2  $x^2 - mx - 1 = 0$  có nghiệm kép.

- A.  $m = -3$       B.  $m = -1$       C.  $m = 2$       D.  $m = 1$

**Câu 5.** Trên đường tròn (O; 10cm) lấy hai điểm A và B sao cho  $\widehat{AOB} = 120^\circ$ . Diện tích quạt tròn AOB bằng:

- A.  $100 \text{ cm}^2$       B.  $105 \text{ cm}^2$       C.  $120 \text{ cm}^2$       D.  $145 \text{ cm}^2$

### B. Phần tự luận

**Bài 1.** Tính giá trị của biểu thức:  $A = \frac{1 + 2x}{1 + \sqrt{1 + 2x}} + \frac{1 - 2x}{1 - \sqrt{1 - 2x}}$  tại  $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$

**Bài 2.** Giải phương trình  $x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 2\sqrt{3} = 0$

**Bài 3.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt AB và AC lần lượt tại D và E.

- Chứng minh tứ giác BDEC nội tiếp
- Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Chứng tỏ rằng AM vuông góc với DE.
- Biết rằng  $AB = 10 \text{ cm}$ ,  $AC = 12 \text{ cm}$ . Tính độ dài đoạn thẳng DE.

## Đề 2

### A. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 1.** Tìm  $x$  để biểu thức  $\sqrt{x + \frac{4}{x}} - \sqrt{3x}$  có nghĩa.

- A.  $x \leq 0$                       B.  $x > 0$                       C.  $x > 3$                       D.  $x \leq 2$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = x^2$  (P) và  $y = 2x - 1$  (D). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (P) và (D) cắt nhau tại hai điểm phân biệt  
B. (P) và (D) tiếp xúc nhau  
C. (P) và (D) không có điểm chung nào  
D. Chỉ có A đúng.

**Câu 3.** Với giá trị nào của  $m$  dưới đây thì phương trình  $3x^2 - 4x + m = 0$  có hai nghiệm phân biệt?

- A.  $m = 2$                       B.  $m < 3$                       C.  $m > \frac{1}{3}$                       D.  $m > \frac{1}{3}$

**Câu 4.** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{15 - x} + \sqrt{3 - x} = 6$  là:

- A.  $x = -1$                       B.  $x = 1$                       C.  $x = -\frac{1}{2}$                       D.  $x = 3$

**Câu 5.** Cho tam giác ABC vuông tại A có  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 15\text{cm}$ . Thể tích của hình sinh ra khi cho  $\Delta ABC$  quay một vòng quanh AC là:

- A.  $545,5 \text{ cm}^3$                       B.  $386,6 \text{ cm}^3$                       C.  $565,2 \text{ cm}^3$                       D.  $652 \text{ cm}^3$

### B. Phần tự luận

**Bài 1.** Cho phương trình  $x^2 + mx + 1 = 0$  có nghiệm là  $x_1$  và  $x_2$ . Tính giá trị của biểu thức  $x_1^3 + x_2^3$

**Bài 2.** Một phòng họp có 100 người được sắp xếp ngồi đều trên các dãy ghế có trong phòng đó. Nếu có thêm 44 người thì phải kê thêm hai dãy ghế và mỗi dãy ghế phải bố trí thêm 2 người nữa. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu dãy ghế?

**Bài 3.** Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên đoạn AB lấy hai điểm I, J đối xứng nhau qua O. Gọi M là một điểm trên đường tròn khác A và B, các tia MI, MJ, MO cắt O) theo thứ tự tại C, D, E. Đường thẳng qua D song song với AB cắt MC, ME lần lượt tại H và K.

- 1) Chứng minh rằng  $KH = KD$
- 2) Kẻ OI vuông góc với CD. Chứng minh rằng tứ giác IKDE nội tiếp.
- 3) Gọi F là giao điểm của hai đường thẳng AB và CD. Chứng minh EF là tiếp tuyến của đường tròn (O).

## Đề 3

### A. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 - 2x} = 2 - x$  là:

- A.  $x = -3$       B.  $x = 2$       C.  $x = 4$       D.  $x = 0$

**Câu 2.** Xác định các hệ số  $a$  và  $b$ , biết rằng hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases} \text{ có nghiệm } (1; -2)$$

- A.  $(a; b) = (1; 3)$       B.  $(a; b) = (-4; 3)$   
C.  $(a; b) = (-3; 3)$       D.  $(a; b) = (-3; 5)$

**Câu 3.** Tập nghiệm của phương trình  $x^4 + 5x^2 + 1 = 0$  là:

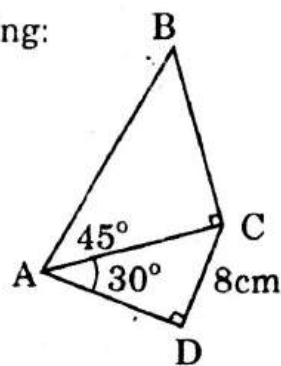
- A.  $S = \{1; 3\}$       B.  $S = \{-2; 4\}$       C.  $S = \{0; 1\}$       D.  $S = \emptyset$

**Câu 4.** Với giá trị nào của  $m$  sau đây thì phương trình  $7x^2 + 2(m-1)x - m^2 = 0$  có nghiệm?

- A.  $m \geq 2$       B.  $m < -\frac{1}{2}$   
C.  $m \leq 4$       D. Với mọi giá trị của  $m$

**Câu 5.** Cho hình bên, diện tích của tứ giác ABCD bằng:

- A.  $53 \text{ cm}^2$       B.  $78 \text{ cm}^2$   
C.  $60,4 \text{ cm}^2$       D.  $84,6 \text{ cm}^2$



### B. Phần tự luận

**Bài 1.** Tìm  $x$  để các biểu thức sau có nghĩa:

a)  $\sqrt{\frac{1}{x-5}}$

b)  $\sqrt{\frac{1+x^2}{3-x}}$

**Bài 2.** Cho phương trình  $x^2 + 3x + a = 0$ . Xác định  $a$  để phương trình:

- a) Có hai nghiệm trái dấu  
b) Có hai nghiệm đều dương

**Bài 3.** Một tứ giác lồi ABCD có  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 3,6 \text{ cm}$ ,  $BC = 8 \text{ cm}$ ,  $CD = 10 \text{ cm}$  và  $DA = 4,8 \text{ cm}$ .

- a) Chứng minh rằng hai tam giác ABD và BDC đồng dạng.  
b) Chứng tỏ rằng AD là hai tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.  
c) Tính thể tích của hình sinh ra khi cho tứ giác ABCD quay một vòng quanh cạnh CD cố định.

## Đề 4

### A. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 1.** Cho hai đường thẳng:  $(D_1): y = 3x - 2$  và  $(D_2): y = x + 4$ . Tọa độ giao điểm M của  $(D_1)$  và  $(D_2)$  là:

- A. M(1; 5)      B. M(-3; 7)      C. M(3; 7)      D. M(-1; 2)

**Câu 2.** Nghiệm của hệ phương trình:  $\begin{cases} 2x + 3|y| = 13 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$  với  $y \geq 0$  là:

- A.  $(x; y) = (2; 3)$       B.  $(x; y) = (-1; 5)$   
C.  $(x; y) = (-3; -2)$       D.  $(x; y) = (4; 0)$

**Câu 3.** Cho hai hàm số  $y = x^2$  (P) và  $y = 3x - 2$  (D). Tọa độ giao điểm của (P) và (D) là:

- A. (-1; 1) và (2; 3)      B. (1; 1) và (2; 4)  
C. (2; 0) và (1; 3)      D. (1; 2) và (-2; 4)

**Câu 4.** Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Tiếp tuyến kẻ từ A đối với (O') cắt (O) tại C và tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A cắt (O') tại D. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\widehat{CBA} = \frac{1}{2}\widehat{DBA}$       B.  $\widehat{CBA} = 2\widehat{DBA}$       C.  $\widehat{CBA} = \frac{1}{3}\widehat{DBA}$       D.  $\widehat{CBA} = \widehat{DBA}$

**Câu 5.** Cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 5\text{cm}$ ,  $BC = 12\text{cm}$ . Thể tích của hình sinh ra khi cho hình chữ nhật ABCD quay một vòng quanh cạnh BC cố định bằng:

- A.  $862\text{ cm}^2$       B.  $845\text{ cm}^2$       C.  $942\text{ cm}^2$       D.  $950\text{ cm}^2$

### B. Phần tự luận

**Bài 1.** Giải phương trình:  $2\sqrt{3}x^2 + x + 1 = \sqrt{3}(x + 1)$

**Bài 2.** Một canô chạy trên sông trong 7 giờ, xuôi dòng 108 km và ngược dòng 63 km. Một lần khác, canô cũng chạy trong 7 giờ xuôi dòng 81 km và ngược dòng 84 km. Tính vận tốc dòng nước chảy vận tốc thật của canô (vận tốc thật của canô không đổi)

**Bài 3.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại N. Vẽ dây cung AM song song với BC, đường thẳng MN cắt đường tròn tại điểm thứ hai là P. Đoạn thẳng AP cắt BC tại D.

a) Chứng minh rằng  $DB = DC$

b) Giả sử  $\frac{1}{OB^2} + \frac{1}{NC^2} = \frac{1}{16}$ . Hãy tính độ dài đoạn BC.

|                                             |    |
|---------------------------------------------|----|
| Vấn đề 5: Tứ giác nội tiếp.....             | 81 |
| Vấn đề 6: Độ dài đường tròn, cung tròn..... | 85 |
| Ôn tập chương III.....                      | 87 |
| Hướng dẫn giải.....                         | 92 |

#### **CHƯƠNG IV. HÌNH TRỤ - HÌNH NÓN - HÌNH CẦU**

|                                               |     |
|-----------------------------------------------|-----|
| Hình trụ – hình nón – hình cầu.....           | 114 |
| Hướng dẫn giải.....                           | 117 |
| <b>ÔN TẬP CUỐI NĂM (Bộ đề tự luyện)</b> ..... | 122 |

# MỤC LỤC

## PHẦN ĐẠI SỐ

### CHƯƠNG III. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

|                                                            |    |
|------------------------------------------------------------|----|
| Vấn đề 1: Phương trình bậc nhất hai ẩn.....                | 3  |
| Vấn đề 2: Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.....             | 6  |
| Vấn đề 3: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn .....       | 9  |
| Vấn đề 4: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn .....       | 11 |
| Vấn đề 5: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình..... | 14 |
| Ôn tập chương III.....                                     | 16 |
| Hướng dẫn giải.....                                        | 19 |

### CHƯƠNG IV. HÀM SỐ $y = ax^2$ ( $a \neq 0$ )

#### PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

|                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------|----|
| Vấn đề 1: Hàm số $y = ax^2$ ( $a \neq 0$ ).....                | 31 |
| Vấn đề 2: Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ( $a \neq 0$ ) .....    | 33 |
| Vấn đề 3: Phương trình bậc hai một ẩn.....                     | 36 |
| Vấn đề 4: Công thức nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn ... | 38 |
| Vấn đề 5: Hệ thức Vi-ét và ứng dụng.....                       | 41 |
| Vấn đề 6: Phương trình quy về phương trình bậc hai.....        | 43 |
| Vấn đề 7: Giải bài toán bằng cách lập phương trình.....        | 45 |
| Ôn tập chương IV.....                                          | 47 |
| Hướng dẫn giải .....                                           | 51 |

## PHẦN HÌNH HỌC

### CHƯƠNG III. GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN

|                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------|----|
| Vấn đề 1: Góc ở tâm, số đo góc.....                              | 70 |
| Vấn đề 2: Liên hệ giữa cung và dây .....                         | 72 |
| Vấn đề 3: Góc nội tiếp – Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung..... | 74 |
| Vấn đề 4: Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn, .....              | 78 |

**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**

**16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội**

**Điện thoại : (04) 9 724852 – (04) 9 724770 – Fax: (04) 9 714899**

---

***Chịu trách nhiệm xuất bản***

***Giám đốc :*      **PHÙNG QUỐC BẢO****

***Tổng biên tập :* **NGUYỄN BÁ THÀNH****

***Biên tập***  
**Hữu Nguyên**

***Chế bản***  
**NS. Bình Thạnh**

***Trình bày bìa***  
**Ngọc Anh**

**Tổng phát hành : Công ty TNHH DỊCH VỤ VĂN HÓA KHANG VIỆT**

**Địa chỉ : 374 Xô Viết Nghệ Tĩnh P.25 – Q.BT – TP.HCM**

**ĐT: 5117907 – Fax: 8999898**

**Email: [binhthanhbookstore@yahoo.com](mailto:binhthanhbookstore@yahoo.com)**

---

## **BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TOÁN 9 (TẬP 2)**

**Mã số : 1L – 266 ĐH2007**

**In 3.000 cuốn, khổ 16×24 cm, tại Công ty in TÂN BÌNH.**

**Số xuất bản : 3000 – 2007/CXB/14 – 125/ĐHQGHN ngày 10/10/2007.**

**Quyết định xuất bản số : 607 LK/XB**

**In xong và nộp lưu chiểu quý IV năm 2007.**